ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ, ಎಂ.ಎಸ್.ಸಿ., ಬಿ.ಎಲ್

ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ



ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆ-೧೩೪
ಪ್ರಸಾರಾಂಗ
ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ
೧೯೭೧

ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆ-೧೪೫

ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ

ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ, ಎಂ.ಎಸ್.ಸಿ.,ಬಿ.ಎಲ್
ಗಣಿತ ಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರು, ಶ್ರೀ ಜಯಚಾಮರಾಜೇಂದ್ರ
ಎಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಕಾಲೇಜು, ಮೈಸೂರು



ಪ್ರಸಾರಾಂಗ
ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ
೧೯೭೧

ಮೊದಲನೆಯ ಮುದ್ರಣ : ೧೯೬೫

ದ್ವಿತೀಯ ಮುದ್ರಣ : ೧೯೭೧

೫೦೦೦ ಪ್ರತಿಗಳು

ಬೆಲೆ : ೩೫ ಪೈಸೆ

ಮುದ್ರಕರು

ಕೆನರಾ ಪ್ರಿಂಟರ್ಸ್

ಮಾಧವಾಚಾರ್ ರೋಡು, ಮೈಸೂರು

ಮುನ್ನುಡಿ

ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಮೊದಲನೆಯ ಛಾನ್ಸಲರೂ ಆಳಿದ ಮಹಾಸ್ವಾಮಿಯವರೂ ಆದ ಶ್ರೀ ನಾಲ್ಮಡಿ ಕೃಷ್ಣರಾಜ ಒಡೆಯರ್ ಬಹದ್ದೂರ್ ಅವರು ಮೊದಲನೆಯ 'ಸೆನೆಟ್' ಸಭೆಯ ಪ್ರಾರಂಭೋತ್ಸವ ಸಮಯದಲ್ಲಿಯೂ ಮೊದಲನೆಯ 'ಕಾನ್ವೊಕೇಷನ್' ಸಮಾರಂಭದ ಕಾಲದಲ್ಲಿಯೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ವಿದ್ಯೆ ಪಟ್ಟಣಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಕೇಂದ್ರೀಕೃತವಾಗದೆ ನಾಡಿನ ಮೂಲೆ ಮೂಲೆಗೂ ಪ್ರಸರಿಸಿ, ಉಚ್ಚಶಿಕ್ಷಣವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅವಕಾಶ ಹೊಂದದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನರ ಹೃದಯವನ್ನು ಬೆಳಗಿ ಸಮಷ್ಟಿಪ್ರಜ್ಞೆಯ ವಿಕಾಸಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಾಗಬೇಕು ಎಂಬ ಮಹದಾಶಯವನ್ನು ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿದ್ದರು. ಅವರ ಆಶಯ ಇಂದು ಫಲದಾಯಕವಾಗುತ್ತಿದೆ. ನಮ್ಮ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಸಾರಾಂಗ ನಾಡಿನ ಮೂಲೆ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಚಾರೋಪನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಿ, ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಪ್ರಸಾರ ಕಾರ್ಯವನ್ನು ಬಹಳ ಸಮರ್ಪಕವಾದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನೆರವೇರಿಸುತ್ತಿದೆ.

ಜನರು ಬಯಸಿದೆಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಪ್ರಚಾರೋಪನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಏರ್ಪಡಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ವರ್ಷಗಳು ಪಾಠಹೇಳಿ ಮಿಗಿಲಾದ ಜ್ಞಾನವನ್ನು

ಗಳಿಸಿರುವ ಘನ ವಿದ್ವಾಂಸರು ಜನರು ಅಪೇಕ್ಷಿಸುವ ವಿಷಯ ಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ಸರಳವೂ ಸುಲಭಗ್ರಾಹ್ಯವೂ ಆದ ಕನ್ನಡ ಭಾಷೆಯ ಮೂಲಕ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಕೊಡುತ್ತಾರೆ. ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಹಂಚುವುದರಲ್ಲೂ ಆನಂದವಿದೆ. ಅಧ್ಯಾಪಕವೃಂದದವರು ಹಳ್ಳಿಗಳಲ್ಲಿಯೇ ಒಂದೆರಡು ದಿನ ನೆಲಸಿ, ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನ ರಂತೆಯೇ ಇದ್ದುಕೊಂಡು, ಗಳಿಸಿರುವ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಜನ ಸಾಮಾನ್ಯರ ಹೃದಯದಲ್ಲಿ ಬಿತ್ತಿ, ತಾವೂ ಆನಂದವನ್ನು ಅನುಭವಿಸುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ಇತರರಿಗೂ ಆನಂದವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಈ ಉಪನ್ಯಾಸಗಳು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಮೆಟ್ಟಿಲನ್ನು ಹತ್ತಲು ಅವಕಾಶವಿಲ್ಲದವರಿಗೆ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾ ನಿಲಯದ ವಿದ್ಯೆಯ ಸೌಲಭ್ಯವನ್ನು ನೀಡಲು ನೆರವಾಗು ತ್ತವೆ; ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನವನ್ನು ಗಳಿಸಿ ನಾಡಿನ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಕಾರ್ಯರಂಗಗಳಲ್ಲಿ ನಿರತ ರಾಗಿರುವ ಜನರಿಗೆ ಮಾರ್ಗದರ್ಶಕವಾಗುತ್ತವೆ; ನಮ್ಮ ಸಮಾಜದಲ್ಲಿನ ಭೇದಭಾವಗಳನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸಿ ಸಮಾ ನತೆಯನ್ನು ಸ್ಥಾಪಿಸಲು ಸಹಾಯಕವಾಗುತ್ತವೆ; ವಿಶ್ವ ವಿದ್ಯಾನಿಲಯಕ್ಕೂ ಸಾಮಾನ್ಯ ಜನತೆಗೂ ಮಧ್ಯೆ ಇರುವ ದೊಡ್ಡ ಅಂತರವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ನೆರವಾಗುತ್ತವೆ; ಜನ ರಲ್ಲಿ ಜ್ಞಾನೋದಯವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿ, ದುಃಖಕ್ಕೆ ಮೂಲ ಕಾರಣವಾದ ಅಸಮಾನತೆಯನ್ನು ಹೋಗಲಾಡಿಸಿ, ವಿಶಾಲ ಭಾವನೆ ಮೂಡುವಂತೆ ಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಚಾರೋಪನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಿರುಹೊತ್ತಗೆಗಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ

ಪ್ರಕಟಿಸಲಾಗುತ್ತಿದೆ. ಈ ಉಪನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕೇಳಲು ಅವಕಾಶ ಸಿಕ್ಕದವರು ಈ ಹೊತ್ತಗೆಗಳನ್ನು ಕೊಂಡು ಓದಿ ತಿಳಿವಳಿಕೆ ಪಡೆಯಲು ಅವಕಾಶವಿದೆ. ಈ ಮಾಲೆಯ ಪುಸ್ತಕಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಿವೆ. ಪುಸ್ತಕಗಳು ಅಚ್ಚಿನ ಮನೆಯಿಂದ ಹೊರಬಿದ್ದ ಕೂಡಲೆ ಜನರು ಆದರದಿಂದ ಕೊಂಡು ಓದುತ್ತಾರೆ. ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಭೌತವಿಜ್ಞಾನ, ರಸಾಯನವಿಜ್ಞಾನ, ಪ್ರಾಣಿವಿಜ್ಞಾನ, ವೈದ್ಯವಿಜ್ಞಾನ, ಗಣಿತವಿಜ್ಞಾನ, ಸಮಾಜವಿಜ್ಞಾನ, ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ, ತತ್ತ್ವಶಾಸ್ತ್ರ, ಸಾಹಿತ್ಯ ಮತ್ತು ಕಲೆ ಮುಂತಾದ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಕುರಿತ ನೂರ ಮೂವತ್ತ ನಾಲ್ಕು ಪುಸ್ತಕಗಳು ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸಲು ನನಗೆ ಬಹಳ ಸಂತೋಷವಾಗುತ್ತದೆ.

ಈ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಈಗ ಹೊರಬೀಳುತ್ತಿರುವ ಶ್ರೀ ವಿ.ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ ಅವರ 'ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ' ಹೆಚ್ಚು ಜನಪ್ರಿಯವಾಗಲೆಂದು ನಾನು ಆಶಿಸುತ್ತೇನೆ.

ಮೈಸೂರು
೮-೪-೧೯೬೫

ಕೆ. ಎಲ್. ಶ್ರೀಮಾಲಿ
ವೈಸ್-ಛಾನ್ಸಲರ್

ಅರಿಕೆ

ದಿನಾಂಕ ೨೫-೫-೧೯೬೩ರಂದು ಹಾಸನದಲ್ಲಿ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಸಾರಾಂಗದ ಆಶ್ರಯದಲ್ಲಿ ನಾನು ಮಾಡಿದ ಭಾಷಣದ ಆಧಾರದ ಮೇಲೆ ಈ ಪುಟ್ಟ ಪುಸ್ತಕ ವನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರಸಾರಾಂಗದ ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿತವಾಗಿರುವ ನನ್ನ "ವಿನೋದ ಗಣಿತ"ದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ಈ ಪುಸ್ತಕವೂ ಮನರಂಜನೆಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡುವ ಸರಳಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿದೆ.

ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಿರುವ ಅನೇಕ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ಹೈಸ್ಕೂಲು ಮತ್ತು ಮಿಡಲ್ ಸ್ಕೂಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಸಾಧ್ಯವಿದೆ. ಈ ಸಮಸ್ಯೆ ಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಬಾಲಕಬಾಲಕಿಯರು ಸ್ವತಂತ್ರ ಆಲೋಚನೆಯಲ್ಲಿ ತೊಡಗುತ್ತಾರೆ. ಈ ರೀತಿಯ ಅವಕಾಶ ಗಳನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸುವುದೂ ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದದ ಉದ್ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು.

ಬೇಸರವಾದಾಗ ವಿನೋದವಾಗಿ ಕಾಲಕಳೆಯಲು ಇಲ್ಲಿ ರುವ ತೊಡಕಿನ ಲೆಕ್ಕಗಳು ಸಹಾಯಕವಾಗುವುವು. ಓದು ಗರ ಆಸಕ್ತಿ ಕೆರಳಿಸಲು ಅಲ್ಲಲ್ಲೇ ಚಿತ್ರಗಳೂ ಇವೆ. ಸಮಸ್ಯೆ ಯನ್ನು ಓದಿ ಕೊಂಚಕಾಲ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ ಯಲು ಓದುಗರು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕೆ ವಿನಾ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು

ಓದಿದ ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರದ ಕಡೆ ನೋಡುವ ಆತುರವಿರಬಾರದು.

ಯಾವ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನೂ ಒಳಗೊಳ್ಳದಿರುವ ಒಂದೆರಡು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಅಲ್ಲಲ್ಲೇ ಚರ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಓದುಗರಿಗಿರುವ ಆಸಕ್ತಿಯನ್ನು ಕೆರಳಿಸುವುದೇ ಇವುಗಳ ಉದ್ದೇಶ.

ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಒಪ್ಪಿ ನನಗೆ ಉತ್ತೇಜನ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಅಧಿಕಾರಿಗಳಿಗೆ ನಾನು ಚಿರಋಣಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ. ಇದನ್ನು ಇನ್ನೂ ಉತ್ತಮ ಪಡಿಸಲು ಬರುವ ಸಲಹೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಸಂತೋಷದಿಂದ ಸ್ವೀಕರಿಸಲಾಗುವುದು.

ಈ ಎರಡನೆಯ ಮುದ್ರಣದಲ್ಲಿ ಅಲ್ಲಲ್ಲಿ ಕಂಡುಬಂದ ಲೋಪದೋಷಗಳನ್ನು ತಿದ್ದಲಾಗಿದೆ.

೨೦-೯-೧೯೭೦ ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ

ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ

1. ಪ್ರೈಮರಿ ಶಾಲೆಯ ಅಸಾಧಾರಣ ಲೆಕ್ಕಗಳು

ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಪರಿಚಯ ನಮ್ಮೆಲ್ಲರಿಗೂ ಇದೆ. ಆದರೆ ಇವೇ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೇ ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟು ಮೆದುಳಿಗೆ ಸವಾಲನ್ನು ಕಲ್ಪಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿರುವ ಲೆಕ್ಕಗಳ ಪೈಕಿ ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನೆ (?) ಇರುವ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಅಂಕಿಯನ್ನು ಪತ್ತೆಮಾಡಿ:

(*a*) ಕೂಡುವ ಲೆಕ್ಕಗಳು :

(i)
$$\begin{array}{r} 3\,?\,5\,? \\ ?\,4\,?\,0 \\ \hline ?\,1\,7\,1\,0 \\ \hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} 4\,?\,2 \\ 2\,5\,? \\ 6\,3 \\ \hline ?\,5\,1 \\ \hline \end{array}$$

(*b*) ಕಳೆಯುವ ಲೆಕ್ಕಗಳು :

(i)
$$\begin{array}{r} 4\,?\,?\,5 \\ 4\,2\,? \\ \hline ?\,6\,8\,4 \\ \hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} ?\,?\,2\,0\,? \\ 8\,4\,?\,7 \\ \hline 9\,?\,9\,5 \\ \hline \end{array}$$

(*c*) ಗುಣಾಕಾರ :

```
      ? ? × ? 7
      ---------
    4 ? ?
  1 ? ?
  -------
  2 ? ? 5
  -------
```

(*d*) ಭಾಗಾಕಾರ :

```
? ?) ? 2 ? ? ( ? ? ?
     ? 7
     -----
     3 ? 0
     ? 2 ?
     -----
       ? 1 ?
       ? ? 8
       -----
         ? 5
       -----
```

2. ಆಶ್ಚರ್ಯಕರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ 1, 2, 3, 4- - - - ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅನೇಕ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಸ್ವಾರಸ್ಯವಾಗಿವೆ. ಈ ಸ್ವಾರಸ್ಯ ವಿಷಯುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾವಿರಾರು ವರ್ಷಗಳಿಂದಲೂ ಪ್ರಯತ್ನಗಳು ನಡೆಯುತ್ತಿವೆ. ಎಷ್ಟೇ ಕಂಡುಹಿಡಿದರೂ ಇನ್ನೂ ಹೊಸ ಹೊಸ ವಿಷಯಗಳು ಬೆಳಕಿಗೆ ಬರುತ್ತಿರುತ್ತವೆ. ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಅರ್ಥವಾಗುವ ರೀತಿಯ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯಾಗುಣಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಫಲಿತಾಂಶವು ಸರಿಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಮಾಡಿ ನೋಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

(i)
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321,$$
$$1111 \times 1111 = 1234321,$$
$$11111 \times 11111 = 123454321,$$
$$111111 \times 111111 = 12345654321,$$

—ಇತ್ಯಾದಿ

ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅಂಕಗಳು ಇರುವ ರೀತಿಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

(ii)
$$2^2 = 1 + 2 + 1,$$
$$3^2 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1,$$
$$4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1,$$
$$5^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

ಇತ್ಯಾದಿ.

(iii) $1+2=2\times 3/2,$

$1+2+3=3\times 4/2$

$1+2+3+4=4\times 5/2,$

$1+2+3+4+5=5\times 6/2$

$1+2+3+4+5+6=6\times 7/2,$

ಇದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದರೆ 1 ರಿಂದ ಎಷ್ಟರವರೆಗೆ ಬೇಕಾದರೂ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಕೂಡಿದರೆ ಬರುವ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ (ಹಲವು ವೇಳೆ ಕೇವಲ ಬಾಯಿ ಲೆಕ್ಕವಾಗಿಯೇ) ತಿಳಿಸಬಹುದು. ಉದಾ: $1+2+3+4+5+6+7+8+9$ ಇದರ ಬೆಲೆ $9\times \frac{10}{2}=9\times 5=45$; ನೀವು ಮೊದಲು ಬರೆದಿರುವ 9 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡಿದರೂ ಅಷ್ಟೇ ಬರುತ್ತದೆ. [ಪ್ರೀ-ಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ

$$1+2+3+\cdots+n=\tfrac{1}{2}n(n+1)$$

ಎಂಬ ಪರಿಣಾಮವನ್ನೇ ಮೇಲೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದು]

(iv) $9\times 9+7=88,$

$9\times 98+6=888,$

$9\times 987+5=8888,$

$9\times 9876+4=88888,$

$9\times 98765+3=888888,$

ಇತ್ಯಾದಿ

ಇನ್ನೂ ಮೂರು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಸರಿ ನೋಡಿ.

ಕಿಡಿ ಹಾಸ್ಯ

ಉಪಾಧ್ಯಾಯರು: ರಾಮು! ಒಬ್ಬ ಒಂದು ಪದಾರ್ಥವನ್ನ 3 ರೂಪಾಯಿ 25 ಪೈಸೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, 4 ರೂಪಾಯಿ 10 ಪೈಸೆಗೆ ಮಾರಿದರೆ ಲಾಭವೋ ನಷ್ಟವೋ ? ರಾಮು: ರೂಪಾಯಿನಲ್ಲಿ ಲಾಭ, ಪೈಸೇನಲ್ಲಿ ನಷ್ಟ !

* * * *

"ಒಂದು ಗಡಿಯಾರ 13 ಗಂಟೆ ಹೊಡೆದರೆ ಏನು ಟೈಮು?"
"ಅದರ ರಿಪೇರಿಗೆ ಟೈಮು ! "

* * * *

ಒಂದು ಊರಿಗೆ ರೈಲು ಪ್ರತಿದಿವಸವೂ ತಡವಾಗಿಯೇ ಬರುತ್ತಿತ್ತು. ಒಂದು ದಿನ ಟೈಂಟೇಬಲ್ ಪ್ರಕಾರ 9 ಗಂಟೆಗೆ ರೈಲು ಬರುವ ನಿರೀಕ್ಷೆ ಇತ್ತು. ಆದರೆ ಅದು 8 ಗಂಟೆಗೇ ಸ್ಟೇಷನ್ ಕಡೆಗೆ ದೂರದಿಂದ ಬರುತ್ತಿರುವುದನ್ನು ನೋಡಿದವರೊಬ್ಬರು, "ಇದೇನಾಶ್ಚರ್ಯ ! ಪ್ರತಿದಿವಸವೂ ಲೇಟಾಗಿ ಬರುತ್ತಿದ್ದ ರೈಲು ಈ ದಿನ 1 ಗಂಟೆ ಮುಂಚೆಯೇ ಬರ್‍ತಾ ಇದೆಯಲ್ಲಾ ? " ಎಂದರು. ಅದಕ್ಕೆ ಇನ್ನೊಬ್ಬರು, "ಹಾಗಲ್ಲಾರೀ ! ಇದು ನೆನ್ನೆ ರೈಲು; 23 ಗಂಟೆ ತಡವಾಗಿ ಬರ್‍ತಾ ಇದೆ" ಎಂದರಂತೆ!

* * * *

4. ನಾನಾರು ?

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೂ ಉತ್ತರವಾಗಿ ಒಂದೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸುವಾಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ನಿಮ್ಮ ಕೈಲಿ ಮಾತನಾಡಿದ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ದತ್ತ ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಿ:

(*a*) ನಾನು ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳಿಂದಾಗಿದ್ದು 40 ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ ಮತ್ತು 25ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತೇನೆ; ಆದರೆ 10ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾದರೆ ನಾನಾರು?

(*b*) ನಾನು 2 ಮತ್ತು 3 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತೇನೆ; ಆದರೆ 23 ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿದ್ದು 15 ಕ್ಕಿಂತಲೂ ಜಾಸ್ತಿಯಾಗಿದ್ದೇನೆ. ಹಾಗಾದರೆ ನಾನಾರು?

(*c*) ನನ್ನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಿವೆ (ಇವುಗಳ ಪೈಕಿ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವುದು ಸೊನ್ನೆ) ಈ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪೈಕಿ ನನ್ನ ಬೆಲೆಯೇ ಅತ್ಯಧಿಕ; ಹಾಗಾದರೆ ನಾನಾರು?

(*d*) ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿರುವ ಮತ್ತು 1000ಕ್ಕೆ ಬಹು ಹತ್ತಿರವಿರುವ ನನ್ನನ್ನು 17ರಿಂದ

ನಿಶ್ಯೇಷವಾಗಿ ನೀವು ಭಾಗಿಸಬಹುದು; ಅಲ್ಲದೆ ನಾನು ಇಷ್ಟೇ ಡಜನ್ ಎಂದು ಸರಾಸರಿಯಾಗಿ ನೀವು ಹೇಳಬಹುದು. ಹಾಗಾದರೆ ನಾನಾರು?

5. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಪದ್ಯಗಳು

ಇಲ್ಲಿ ಹಲವು ಪದ್ಯಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಒಂದೊಂದು ಸಮಸ್ಯೆ. ಪದ್ಯವನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಂಡು ಉತ್ತರವನ್ನು ಪತ್ತೆಮಾಡಿ:

(i) ನೋಡು ಬಯಲೊಳಗಲ್ಲಿ ಕುದುರೆ ಮನುಜರ ತಂಡ
ತಲೆಗಳಿಪ್ಪತ್ತೆರಡು ಕಾಲ್ಗಳರವತ್ತೆರಡು ।
ಆ ಗುಂಪಿನೊಳಗೆನಿತು ಮನುಜರಿಹರೆಂಬುದನು
ಯೋಚಿಸಿಯೆ ಪೇಳು ನೀ ದುಡುಕಬೇಡ ॥

(ii) ಗಿಡವೊಂದು ನೆಡಲೆಂದು ನೆಲವನಗೆಯುತಲಿದ್ದೆ
ಆಗ ಸಿಕ್ಕಿತು ನನಗೆ ಅಲ್ಲೊಂದು ನಾಣ್ಯ ।
" ಕ್ರಿ. ಪೂ. ಐನೂರು " ಎಂಬ ಬರಹವ ಕಂಡೆ
ಅದು ಎಷ್ಟು ಹಳೆಯದೋ ಹೇಳಿ ನೋಡೋಣ ॥

(iii) ತಂದೆಯಿಬ್ಬರು ಮತ್ತು ಮಕ್ಕಳಿಬ್ಬರು ಸೇರಿ
ಕಾರಿನೊಳಗಡೆ ಕುಳಿತು ಹೊರಟಿದ್ದರು ।
ದಾರಿಯಪಘಾತದಲಿ ಅವರಲ್ಲೊಬ್ಬನು ಸತ್ತ
ಉಳಿದವರು ಇಬ್ಬರೇ ಹೇಗೆ ತಿಳಿಸಿ ॥

6. ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನವಲಂಬಿಸಿದ ಬೆಲೆಗಳು

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಾನಾರೀತಿಯ ಚಿಹ್ನೆಗಳಿವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ:

+, —, ×, ÷, ( ), { } [ ]

• (ದಶಮಾಂಶದ ಚುಕ್ಕಿ), √, ಇತ್ಯಾದಿ. ಈಗ

1 2 3 4

ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಈ ಅಂಕಿಗಳ ಮಧ್ಯೆ ಮತ್ತು (ಅಗತ್ಯವಿದ್ದಲ್ಲಿ) 1ರ ಹಿಂದುಗಡೆ ಮತ್ತು 4 ಆದನಂತರ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದಲ್ಲಿ, ಆಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹೇಳಬಹುದು (ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಕದಲಿಸಬಾರದು). ಒಂದೆರಡು ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ನೋಡಿ:

$$1+2\times 3-4=3;$$
$$1(2+3-4)=1;$$
$$(1+2)\,3\times 4=36;$$
$$1+2+3+\sqrt{4}=8;$$

ಇತ್ಯಾದಿ

ಈಗ ನಿಮ್ಮ ಮುಂದೆ ಇರುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಏನೆಂದರೆ, ಯಾವ ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ದತ್ತ ಬೆಲೆ ಸಿಗುವುದು ?

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ನೋಡಿ. ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ; ಆದರೆ ಅಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನೇ ನೀವು ಬರೆಯಬೇಕೆಂದಲ್ಲ—ಏಕೆಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಸಮಸ್ಯೆಗೂ ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಗಳಿವೆ.

(*a*) 1 2 3 4 = 8.
(*b*) 1 2 3 4 = 24.
(*c*) 1 2 3 4 = 25.
(*d*) 1 2 3 4 = $7\frac{1}{2}$.
(*e*) 1 2 3 4 = 0.
(*f*) 1 2 3 4 = $\frac{1}{4}$.

7. ಹೆಂಡತಿಯ ಮಾತು ನಿಜವೆ?

ಗಂಡನಾದವನೊಬ್ಬನು ಪ್ರತಿದಿನವೂ ತನ್ನ ಆಫೀಸಿನಿಂದ ಮನೆಗೆ (ನಿಧಾನವಾಗಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿದ್ದ) ಸಿಟಿ ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ವಾಪಸ್ಸು ಬರುತ್ತಿದ್ದನು. ಒಂದು ದಿನ ಅವನು ಆಫೀಸಿನಿಂದ ಹೊರಟು ನಡೆದೇ ಮನೆಗೆ ಬಂದು ಹೆಂಡತಿಯ ಕೈಲಿ, "ನಾನು ಇವತ್ತು ಸಿಟಿ ಬಸ್ಸಿನ ಹಿಂದುಗಡೆಯೇ ನಡೆದು ಕೊಂಡು ಬಂದುಬಿಟ್ಟೆ; ಆದ್ದರಿಂದ 25 ಪೈಸೆ ಉಳಿಯಿತು" ಎಂದನು. ತಕ್ಷಣ ಹೆಂಡತಿಯು "ಅಯ್ಯೋ! ಇಷ್ಟೇನೆ ನಿಮ್ಮ ಬುದ್ಧಿ ! ಯಾವುದಾದರೂ ಆಟೋರಿಕ್ಷಾ ಹಿಂದೇ

ಓಡಿ ಬಂದಿದ್ರೆ ಎರಡು ರೂಪಾಯಿ ಉಳೀತಾ ಇತ್ತಲ್ಲಾ !" ಎಂದು ವ್ಯಥೆಪಟ್ಟಳಂತೆ.

ಹೆಂಡತಿಯ ವ್ಯಥೆ ಸಕಾರಣವಾಗಿದೆಯೇ ?

8. ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆ

ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದೇ ಸೈಜಿನ ಹತ್ತು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ:

1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

ಹೀಗೆ ಜೋಡಿಸಿರುವುದರಲ್ಲಿ ಚಿತ್ರದ ತುದಿಯು ಮೇಲುಗಡೆಗೆ ಇದೆ. ನಿಮ್ಮ ಮುಂದಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆ ಏನೆಂದರೆ, ಈ ಹತ್ತು ನಾಣ್ಯಗಳ ಪೈಕಿ ಯಾವುವಾದರೂ ಮೂರನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದು ಬೇರೆ ಕಡೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಹಾಗೆ

ಜೋಡಿಸಿದ ನಂತರ ಚಿತ್ರದ ತುದಿ ಮೇಲಿರುವ ಬದಲು ಕೆಳಗೆ ಬರಬೇಕು. (ಪುಸ್ತಕದ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಸುಲಭವಾಗುವ ಸಲುವಾಗಿ ನಾಣ್ಯಗಳಿಗೆ 1, 2, 3,- - - ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತು ಮಾಡಲಾಗಿದೆ.)

ನೀವು ಒಂದೊಂದು ಪೈಸೆಯ ಹತ್ತು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಿಂದಿನ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. (ನೀವು ಬೇರೆ ಕಡೆಗೆ ವರ್ಗಾಯಿಸಬಹುದಾದ ನಾಣ್ಯಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂರು ಮಾತ್ರ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಮರೆಯಬೇಡಿ.)

9. ಪದ ವಿನೋದ

ಇಲ್ಲಿ ಹಲವಾರು ಪದಗಳನ್ನು ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಪದದಿಂದಲೂ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಕ್ಷರವನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಬೇಕು ಮತ್ತು ಉಳಿದ ಅಕ್ಷರಗಳು ಅದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪದವನ್ನು ಕೊಡುವುವು. ಉದಾಹರಣೆ: ಭುಜಗ (ಉತ್ತರ: ಭುಜ); ಸಮಿತಿ (ಉತ್ತರ: ಮಿತಿ); ಇತ್ಯಾದಿ. ಈಗ ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ:

(i) ಮಾನವ. (ii) ನಿಧನ,

(iii) ದರದು. (iv) ಮೂಲಕ.

(v) ಅಪ್ರಮೇಯ. (vi) ಸರಳತೆ.

10. ಬುದ್ಧಿ ಪರೀಕ್ಷೆ

ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿಯೂ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಅಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನೆ ಇರುವ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಬರಬೇಕಾದ ಅಕ್ಷರ (ಅಥವಾ ಅಕ್ಷರಸಮೂಹ) ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ:

(1) A, B, C, D, ?, ?
(2) A, C, E, G, ?, ?
(3) AB, DE, GH. JK. ?, ?
(4) A, Z, B, X, C, V, ?, ?
(5) AAP, BAR, CAT, DAV, ?, ?
(6) ALA, BMB, CNC, DOD, ?, ?

11. ಪರಸ್ಪರ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ

ಇಲ್ಲಿ A ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಹಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ B ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಅಷ್ಟೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಅದರೆದುರಿಗೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಡನೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ, ನೀವು ಈ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಪತ್ತೆಮಾಡಬಹುದು; ಮತ್ತು ಹಾಗೆ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದನಂತರ ಪ್ರಶ್ನಾರ್ಥಕ ಚಿಹ್ನೆ ಇರುವ ಜಾಗವನ್ನು ನೀವೇ ಭರ್ತಿಮಾಡಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

A ಪಟ್ಟಿ	B ಪಟ್ಟಿ
5	17
8	26
10	32
15	47
9	?
?	8

ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಜತೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು — ಎಂದರೆ (5, 17), (8, 26), (10, 32), (15, 47)— ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದರೆ, ಎರಡನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಮೊದಲನೆಯದರ 3ರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಜಾಸ್ತಿ ಎನ್ನುವುದು ವ್ಯಕ್ತವಾಗುವುದು. ಈ ಕಾರಣದಿಂದ 9ರ ಎದುರುಗಡೆ B ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ $9 \times 3 + 2 = 29$ ಇರಬೇಕು. ಹೀಗೆಯೇ 8ರ ಹಿಂದುಗಡೆ A ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಏನಿರಬೇಕು ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿದರೆ ಅದು 2 ಎಂದು ತಿಳಿಯುವುದು (ಏಕೆಂದರೆ, $2 \times 3 + 2 = 8$.)

ಇಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಲೆಕ್ಕಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಬಿಟ್ಟು ಹೋಗಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪತ್ತೆ ಮಾಡಿ (ಒಂದೊಂದು ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಬಂಧ ಒಂದೊಂದು ರೀತಿ ಇದೆ):

i)

A ಪಟ್ಟಿ	B ಪಟ್ಟಿ
4	21
7	36
10	51
11	56
6	?
?	101

(ii)

A ಪಟ್ಟಿ	B ಪಟ್ಟಿ
1	1
2	8
5	125
10	1000
4	?
?	?

iii)

A ಪಟ್ಟಿ	B ಪಟ್ಟಿ
6	25
10	81
3	4
16	225
8	?
?	81

iv)

A ಪಟ್ಟಿ	B ಪಟ್ಟಿ
12	12
46	?
?	59
28	82
64	46
11	11

12: ಪುಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆ

ರಾಮು ಮತ್ತು ಕೃಷ್ಣ ಇಬ್ಬರ ಹತ್ತಿರ ಒಟ್ಟು 12 ರೂಪಾಯಿಗಳಿವೆ. ರಾಮುನು ತನ್ನ 1 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಕೃಷ್ಣನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟರೆ, ಆಗ ಕೃಷ್ಣನ ಹಣ ರಾಮುನ ಹಣದ

ಮೂರರಷ್ಟಾಗುವುದು. ಮೊದಲು ಯಾರ ಯಾರ ಬಳಿ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಹಣವಿತ್ತು?

13. ಲೀಲಾವತಿ

ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದಾದ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರ 'ಲೀಲಾವತಿ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥದ ಹೆಸರನ್ನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಕೇಳಿರಬಹುದು. ಈ ಗ್ರಂಥದಲ್ಲಿ ಶ್ಲೋಕದ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಅನೇಕ ಗಣಿತದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಪ್ರೈಮರಿ ಸ್ಕೂಲಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಂದ ಹಿಡಿದು ಕಾಲೇಜು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೂ ಸಂಬಂಧಪಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿವೆ. ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಲೀಲಾವತಿಯ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಮೂಲ ಶ್ಲೋಕವನ್ನು ಕನ್ನಡ ಲಿಪಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದು, ನಂತರ ಅದಕ್ಕೆ ಸಮಾನವಾದ ಕನ್ನಡ ಪದ್ಯವನ್ನು ಕೊಟ್ಟು, ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ.

(i) ಒಟ್ಟು ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ?

ಅಮಲಕಮಲರಾಶೇಸ್ತ್ರ್ಯಂಶಪಂಚಾಂಶಷಷ್ಠೈಃ
ತ್ರಿನಯನಹರಿಸೂರ್ಯಾಯೇನ ತುರ್ಯೇಣ ಚಾರ್ಯಾ ।
ಗುರುಪದಮಥ ಷಡ್ಭಿಃ ಪೂಜಿತಂ ಶೇಷಪದ್ಮೈಃ
ಸಕಲಕಮಲ ಸಂಖ್ಯಾಂ ಕ್ಷಿಪ್ರಮಾಖ್ಯಾಹಿ ತಸ್ಯ ॥

ಇದರ ಕನ್ನಡ ಪದ್ಯ ಹೀಗಿದೆ :

ಮೂರೈದು ಆರ್ನಾಲ್ಕು ಅಂಶಗಳ ಕ್ರಮದಿಂದೆ ನೀನು
ಮುಕ್ಕಣ್ಣ ರವಿನಯನ ಉಮೆಭಾನು ದೇವರನು ತಾನು
ಪೂಜಿಸಿದ ಬಳಿಕಾರು ತಾವರೆಯು ಗುರುಪಾದ ಸೇರೆ
ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಕಮಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನು ನೀ ಬೇಗ ಹೇಳೆ

ಅರ್ಥ : ಬಿಳಿ ಕಮಲದ ಹೂಗಳ ರಾಶಿಯೊಂದಿದೆ: ಈ ರಾಶಿಯ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{4}$ ಭಾಗಗಳಿಂದ ಕ್ರಮದಿಂದ ಈಶ್ವರ, ವಿಷ್ಣು, ಸೂರ್ಯ ಮತ್ತು ಪಾರ್ವತಿ ಇವರನ್ನು ಪೂಜಿಸಲಾಯಿತು. ನಂತರ ಉಳಿದ 5 ಹೂಗಳಿಂದ ಗುರು ಚರಣವು ಆರಾಧಿಸಲ್ಪಟ್ಟವೆ, ಒಟ್ಟು ಇದ್ದ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬೇಗ ತಿಳಿಸು.

ಉತ್ತರ : ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ನಾವು ಅಂಕಗಣಿತ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡುವುದಾದರೆ, ಒಟ್ಟು ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಇರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ದೇವರುಗಳನ್ನೂ ಪೂಜಿಸಿದ ಮೇಲೆ ಉಳಿಯುವ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $=1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4})$

$$=1-\frac{20+12+10+15}{60}$$

$$=1-\frac{57}{60}=1-\frac{19}{20}=\frac{1}{20}\ ;$$

∴ ಉಳಿಯುವ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $\frac{1}{20}$ ಆದರೆ ಒಟ್ಟು ಇದ್ದುದು 1 ಹೂ;

∴ ,, 6 ,, $20 \times 6 = 120$

∴ ಬೇಕಾದ ಹೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 120$

(ii) **ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರಶ್ನೆ :**

ಬಾಲೇ ಮರಾಳಕುಲಮೂಲದಳಾನಿ ಸಪ್ತ
ತೀರೆ ವಿಲಾಸಭರಮಂಥರಗಾಣ್ಯಪಶ್ಯಮ್ ।
ಕುರ್ವಚ್ಚ ಕೇಲಿಕಲಹಂ ಕಲಹಂಸಯುಗ್ಮಂ
ಶೇಷಂ ಜಲೇ ವದ ಮರಾಳಕುಲಪ್ರಮಾಣಮ್ ॥

ಇದರ ಕನ್ನಡ ಪದ್ಯ ಹೀಗಿದೆ :

ಹಂಸಕುಲದೊರ್ಗಮೂಲದರ್ಧದೇಳ್ಮಡಿಯು ಪಾಲು
ಕೊರೆಯ ತೀರದೊಳು ದಣಿಗೊಂಡು ನಡೆಯುತಿವೆ ಸಾಲು
ಉಳಿದೆರಡು ಅಂಚೆಗಳು ಪ್ರಣಯಕೇಳಿಯಲಿಹವು ನೀರೆ
ಒಟ್ಟಿಲ್ಲ ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನು ನೀ ಬೇಗ ಹೇಳೆ

ಅರ್ಥ : ಎಲೈ ಬಾಲೇ ! ಹಂಸ ಸಮೂಹವೊಂದಿದೆ. ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲದ ಅರ್ಧದ ಏಳರಷ್ಟು. ಅವು ನದಿ ತೀರದಲ್ಲಿ ಆಟವಾಡಿ ಆಯಾಸಗೊಂಡು ನಿಧಾನ

ವಾಗಿ ನಡೆಯುತ್ತಿದ್ದವು. ಉಳಿದೆರಡು ಹಂಸಗಳು ನೀರಿನಲ್ಲಿಯೇ ಇದ್ದು ಪ್ರಣಯ ಕಲಹವನ್ನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಒಟ್ಟು ಸಮೂಹದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಹಂಸಗಳಿದ್ದವು ತಿಳಿಸು.

ಉತ್ತರ: ಒಟ್ಟು ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಇರಲಿ. ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲದ ಅರ್ಧದ ಏಳರಷ್ಟು ಅಂದರೆ $\frac{7}{2}\sqrt{x}$ ಎಂದಾಯಿತು. ಲೆಕ್ಕದ ಪ್ರಕಾರ xನಲ್ಲಿ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆದರೆ 2 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.; ಎಂದರೆ,

$$x-\frac{7}{2}x=2$$

ಇದೊಂದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ, ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ರೀತಿ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

$$x-2=\frac{7}{2}\sqrt{x};$$
$$\therefore (x-2)^2=\frac{49}{4}x;$$
$$\therefore x^2-4x+4=\frac{49}{4}x;$$
$$\therefore 4x^2-16x+16=49x;$$
$$\therefore 4x^2-65x+16=0;$$
$$\therefore (4x-1)(x-16)=0;$$
$$\therefore x=\frac{1}{4} \text{ ಅಥವಾ } x=16.$$

ಇಲ್ಲಿ x ಎಂಬುದು ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವುದರಿಂದ $\frac{1}{4}$ ಎಂಬುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. $\therefore x=16;$

$\therefore$ ಬೇಕಾದ ಹಂಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $=16$

(iii) ಪೈಥಾಗರಸ್ಸನ ಪ್ರಮೇಯದ ಉಪಯೋಗ

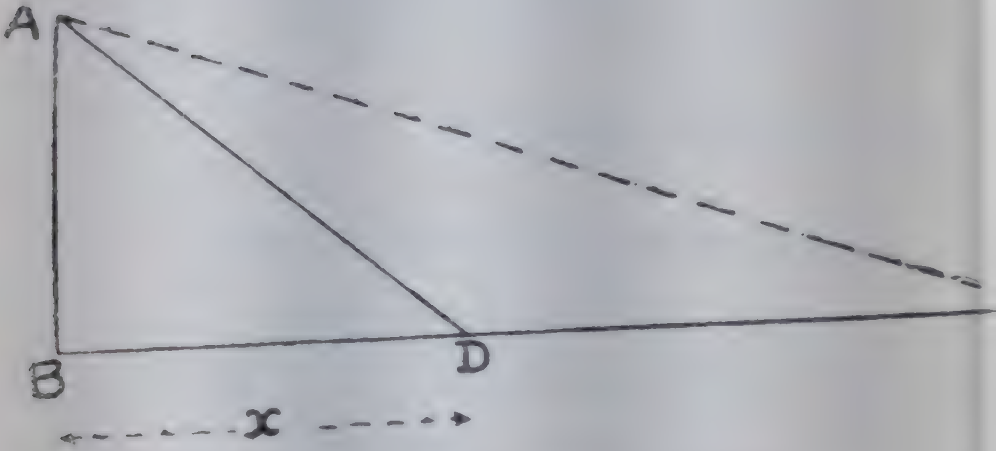
ಅಸ್ತಿಸ್ತಂಭತಲೇಬಿಲಂ ತದುಪರಿಕ್ರೀಡಾ ಶಿಖಂಡೀಸ್ಥಿತಃ
ಸ್ತಂಭೇಹಸ್ತನವೋಚ್ಛ್ರಿತೇ ತ್ರಿಗುಣಿತಸ್ತಂಭ ಪ್ರಮಾ
ಣಾಂತರೇ |
ದೃಷ್ಟ್ವಾಹಿಂಬಿಲಮಾವ್ರಜನ್ ತನುಪತತ್ತಿರ್ಯಕ್
ಸತಸ್ಯೋಪರಿ
ಕ್ಷಿಪ್ರಂಬ್ರೂಹಿತಯೋರ್ಬಿಲಾತ್ ಕತಿಮಿತ್ಯೈಃ ಸಾಮ್ಯೇನಗ
ತ್ಯೋರ್ಯುತಿಃ ॥

ಇದರ ಕನ್ನಡ ಪದ್ಯ ಹೀಗಿದೆ :

ಒಂಬತ್ತು ಮೊಳದ ನಿಡುಗಂಬವೊಂದರ ಮೇಲೆ
ಆಟುತ್ತ ಕುಳಿತಿಹುದು ಒಂದು ನವಿಲು
ನಿಂತ ಕಂಬದ ಬುಡಕೆ ಭೂಮಿ ಬಾಯ್ಬಿಟ್ಟವೊಲು
ಕಾಣುತಿದೆ ಎತ್ತರದ ಹುತ್ತವೊಂದು
ಹಾವೊಂದು ಸರಸರನೆ ಹರಿಯುತಿದೆ ಹುತ್ತದೆಡೆ
ಮೂರು ಕಂಬಗಳಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ
ನವಿಲು ಹಿಡಿಯಿತು ಹಾವ, ವೇಗವೆರಡರದು ಸಮ
ಹಾವ ಹಿಡಿದುದು ಬಿಲಕೆ ಎನಿತು ದೂರದಲಿ

ಅರ್ಥ : 9 ಮೊಳ ಎತ್ತರದ ಕಂಬವೊಂದರ ಮೇಲೆ ಒಂದು ನವಿಲು ಕುಳಿತ್ತಿದೆ. ಕಂಬದ ಬುಡದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಾವಿನ ಹುತ್ತವಿದೆ. ಕಂಬದ ಎತ್ತರದ ಮೂರರಷ್ಟು

ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಾವೊಂದು ಹುತ್ತದ ಕಡೆ ಹರಿದು ಬರುತ್ತಿದೆ. ಆಗ ನವಿಲು ಹಾರಿ ಬಂದು ಹಾವನ್ನು ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ನವಿಲಿನ ಮತ್ತು ಹಾವಿನ ವೇಗಗಳು ಒಂದೇ ಆಗಿದ್ದರೆ ನವಿಲು ಹಾವನ್ನು ಬಿಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಿತು ಕೂಡಲೇ ತಿಳಿಸು.



ಉತ್ತರ: AB ಕಂಬದ ಮೇಲೆ ನವಿಲು Aನಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಹಾವು (ನವಿಲು ಅದನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ) Cನಲ್ಲಿ ಇದೆ. AB=9 ಮೊಳ ಮತ್ತು BC=3AB=27 ಮೊಳ. ನವಿಲು AD ರೇಖೆಯ ಮೂಲಕ ಹಾರಿ ಬಂದು, Cಯಿಂದ Dಗೆ ಚಲಿಸಿದ ಹಾವನ್ನು ಹಿಡಿಯುತ್ತದೆ. ಎರಡರ ವೇಗವೂ ಒಂದೇ ಆಗಿ ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿರುವುದರಿಂದ AD=DC ಎಂದಾಯಿತು.

BD=x ಮೊಳ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ DC=(27−x)

ಮೊಳ, ಆದ ಕಾರಣ $AD = DC = (27 - x)$ ಮೊಳ

ಈಗ ABD ತ್ರಿಕೋನದಲ್ಲಿ $\angle ABD = 90°$

∴ ಪೈಥಾಗರಸ್ಸನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ,

$$AB^2 + BD^2 = AD^2;$$
$$\therefore\ 81 + x^2 = (27 - x)^2;$$
$$\therefore\ 81 + x^2 = 729 - 54x + x^2;$$
$$\therefore\ 54x = 729 - 81 = 648;$$
$$\therefore\ x = 648/54 = 12;$$

∴ ನವಿಲು ಹಾವನ್ನು ಹುತ್ತದಿಂದ 12 ಮೊಳ ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಿಡಿಯಿತು.[1]

---

[1]ಟಿಪ್ಪಣಿ: 'ಲೀಲಾವತಿ' ಎಂಬ ಮೂಲ ಗ್ರಂಥವು ಸಂಸ್ಕೃತದಲ್ಲಿದೆ. ಕೋಲ್‌ಬ್ರೂಕ್ (Colebrook) ಎಂಬುವರು ಇದನ್ನು ಇಂಗ್ಲೀಷಿಗೆ ಭಾಷಾಂತರ ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಮೂಲಗ್ರಂಥ ಮತ್ತು ಈ ಭಾಷಾಂತರ ಇವುಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡ ಹರಣಚಂದ್ರ ಬ್ಯಾನರ್ಜಿಯವರ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳೊಂದಿಗೆ ಹೊರಬಿದ್ದಿರುವ 'ಲೀಲಾವತಿ'ಯ ಪ್ರಕಾಶಕರು The Book Company, Ltd, Calcutta. 'ಲೀಲಾವತಿ'ಯ ಮೂಲ ಗ್ರಂಥ ಮತ್ತು ಹಿಂದಿಯಲ್ಲಿ ಶ್ಲೋಕಗಳ ತಾತ್ಪರ್ಯಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿರುವ ಒಂದೆರಡು ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು

ಮೈಸೂರಿನಲ್ಲಿರುವ Oriental Libraryಯಲ್ಲಿ ಕಾಣಬಹುದು. ಪ್ರಸಾರಾಂಗದ ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕ ಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿರುವ ಶ್ರೀ ಜಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿಗಳ "ಲೀಲಾವತೀ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್" ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕ ಓದಲರ್ಹವಾಗಿದೆ.

ಇತ್ತೀಚಿಗೆ ಮೈಸೂರು ಸರಕಾರದ ಸಾಹಿತ್ಯ ಮತ್ತು ಸಂಸ್ಕೃತಿ ಅಭಿವೃದ್ಧಿ ಇಲಾಖೆಯ ಆಶ್ರಯದಲ್ಲಿ 'ಲೀಲಾವತಿ'ಯು ಡಾ॥ ಕೆ. ಎಸ್. ನಾಗರಾಜನ್ ಅವರಿಂದ ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ಅನುವಾದಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟು, ಪ್ರಕಾಶಿತವಾಗಿದೆ. ಮೂಲ ಶ್ಲೋಕವೂ ಕನ್ನಡ ಲಿಪಿಯಲ್ಲಿದ್ದು ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಅರ್ಥವಿದೆ. ಅಗತ್ಯವಿದ್ದ ಕಡೆ ಚಿತ್ರಗಳೂ ಇವೆ.

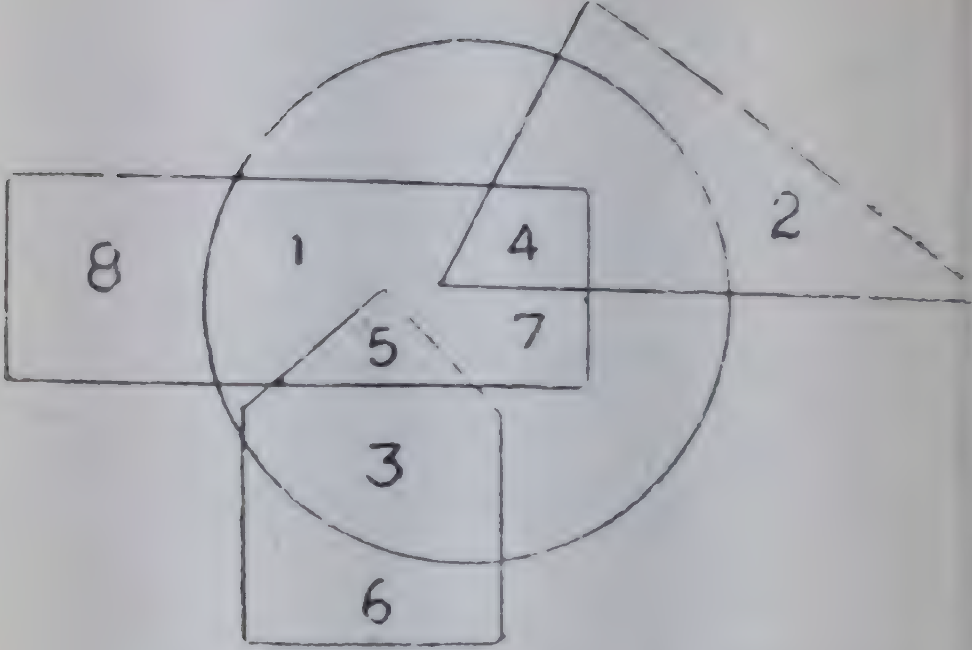
14. ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಗೆ ಸವಾಲು

ದತ್ತಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟುಹೋಗಿರುವ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ:

(*a*) 15, 20, 25, 30, ...
(*b*) 10, $9\frac{1}{2}$. 9, $8\frac{1}{2}$, ...
(*c*) 10, 19, 27, 34, ...
(*d*) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, ...
(*e*) 23, 29, 31, 37, 41, ...
(*f*) 2, 22, 222, 2222, ...
(*g*) $10\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{4}$, $8\frac{1}{8}$, $7\frac{1}{16}$, ...

15. ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ಚಿತ್ರಗಳ ಸರಳಪ್ರಶ್ನೆ

ಇಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ, ಒಂದು ವೃತ್ತ, ಒಂದು ಗೀಯು ಮತ್ತು ಒಂದು ಪಂಚಾಕೃತಿಗಳಿಂದ ಕೂಡಿರುವ ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಹಲವಾರು ಅಂಕಿಗಳಿವೆ. ಯಾವ ಅಂಕಿ ಯಾವ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಇದೆ ಮತ್ತು ಯಾವ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಎಷ್ಟುಬೇಗನೆ ಗ್ರಹಿಸಬಲ್ಲಿರಿ ಎಂಬುದೇ ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಉದ್ದೇಶ.



(*a*) ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಆಯ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇದೆ?

(*b*) ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಆಯದಲ್ಲಿದ್ದು ಬೇರೆ ಯಾವುದರಲ್ಲಿಯೂ ಇಲ್ಲ?

(*c*) ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಡೆ ಇದೆ?

(*d*) ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ಪಂಚಭುಜದ ಹೊರಗೆ ಇದ್ದು ಆಯದ ಒಳಗೆ ಇದೆ?

(*e*) ತ್ರಿಕೋನ ಮತ್ತು ಆಯ ಇವೆರಡರ ಹೊರಗಡೆ ಇದ್ದು ವೃತ್ತದಲ್ಲೂ ಇಲ್ಲದ ಅಂಕಿ ಯಾವುದು?

(*f*) ಯಾವ ಅಂಕಿಯು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇದ್ದು ಉಳಿದ ಯಾವ ಮೂರರಲ್ಲಿಯೂ ಇಲ್ಲ?

(*g*) ಪಂಚಭುಜ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇರುವ ಅಂಕಿ ಯಾವುದು?

(*h*) 5 ಎಂಬುದು ಯಾವ ಯಾವ ಚಿತ್ರಗಳಲ್ಲಿದೆ?

(*i*) 7, 3 ಇವೆರಡೂ ಯಾವ ಒಂದು ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿವೆ?

(*j*) ವೃತ್ತದಲ್ಲಿದ್ದು ಪಂಚಭುಜದಲ್ಲಿಲ್ಲದಿರುವ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಯಾವುದು?

(*k*) 8, 3 ಇವೆರಡೂ ಯಾವ ಒಂದು ಚಿತ್ರದ ಹೊರಗಡೆಇವೆ?

(*l*) 8, 6, 2 ಈ ಮೂರರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಲಕ್ಷಣ (ಚಿತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ) ಏನು?

16. ಪದಗಳ ಬದಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಕ್ರಾಸ್‌ವರ್ಡ್ ಪಸಲ್ (Cross-word Puzzle) ಎಂಬುದಾಗಿ ಅನೇಕ ವರ್ತಮಾನ ಪತ್ರಿಕಗಳಲ್ಲಿ ಬರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ನೋಡಿರಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಿಯೂ ಇರಬಹುದು. ಅಲ್ಲಿ ದತ್ತ ವಿವರಣೆಗನುಸಾರವಾಗಿ ಸರಿಯಾದ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಮನೆಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬೇಕು.

ಈಗ ನೀವು ಪದಗಳ ಬದಲು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಬೇಕು:

ಅ		ಆ		ಇ
		ಈ		
ಉ	ಊ		ಋ	
ೠ				
			ಎ	

(ಎಡದಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ)

ಆ: 17 ಡಜನ್.

ಈ: ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಅತ್ಯಂತ ಭಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಉ: ಇದು 25ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಯಾವ ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಋ: ಇದು 47ರಿಂದ ಭಾಗ

(ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೆಳಕ್ಕೆ)

ಅ: ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕು ಅಂಕಿಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

ಆ: ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ.

ಇ: 10ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ನಮಗೆ ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯ

ವಾಗುತ್ತದೆ. ಬಂದ ಇಸವಿ.

ಉದಾ: ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಉ: 2 ಮತ್ತು 5ರಿಂದ

ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ.

ಎ: 70,120ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.

17. ಮುದ್ರಾರಾಕ್ಷಸ

ಇಲ್ಲಿರುವ ಮುದ್ರಣ ದೋಷಗಳನ್ನು ತಿದ್ದಿ:

(i) 11 ಎಂಬುದು ಒಂದು ಕಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

(ii) ಮಳೆಯನ್ನು ನಾವು ಕಂಚುಗಳಲ್ಲಿ ಅಳೆಯುತ್ತೇವೆ.

(iii) ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಅಂಗಿಗಳ ವಿಚಾರದಲ್ಲಿ ಪ್ರೀತಿ ಹುಟ್ಟುವಂತೆ ಗಣಿತವನ್ನು ಬೋಧಿಸಬೇಕು.

(iv) ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ವಿದ್ಯಾಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಕುಣಿತದ ಜ್ಞಾನ ಬಲು ಮುಖ್ಯ.

(v) ಶೇಕಡಾ ವರ್ಷಕ್ಕೆ 50 ಕಡ್ಡಿ ವಸೂಲು ಮಾಡುವುದು ಧರ್ಮವಲ್ಲ.

18. ಮಗುವು ಕೊಟ್ಟ ಹೆಸರು

ಡಾ॥ ಕ್ಯಾಸ್ನರ್ (Dr. Kasner) ಎಂಬ ಅಮೆರಿಕದ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞನೊಬ್ಬನಿಗೆ 1ರ ಮುಂದೆ ನೂರು ಸೊನ್ನೆ

ಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ಬರುವ ಭಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದು ಹೆಸರು ಬೇಕಾಯಿತು. ಆಗ ಅವನು ತನ್ನ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿದ್ದ ಒಂಬತ್ತು ವರ್ಷದ ಮಗುವನ್ನು ಆ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಹೆಸರನ್ನು ಕೇಳಿದನು. ಮಗುವು ಇದನ್ನು ಕೇಳಿ ಒಂದು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ನಕ್ಕುಬಿಟ್ಟಿತು. ನಕ್ಕಾಗ "ಗೂಗಾಲ್" (Googol) ಎಂಬ ರೀತಿ ಶಬ್ದವಾಯಿತಂತೆ. ಕ್ಯಾಸ್ನರನು "ಈ ಗೂಗಾಲ್ ಎಂಬ ಪದವೇ ಸಾಕು; ಚೆನ್ನಾಗಿದೆ" ಎಂದನಂತೆ! ಅಂದಿನಿಂದ 1ರ ಮುಂದೆ ನೂರು ಸೊನ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಇಂಗ್ಲಿಷಿನಲ್ಲಿ 'ಗೂಗಾಲ್' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

19. ಸಾಮಾನ್ಯ ಜ್ಞಾನದ ಕ್ವಿಸ್ (Quiz)

ಆವರಣಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಾಲ್ಕು ಉತ್ತರಗಳ ಪೈಕಿ ಸರಿಯಾದುದನ್ನು ಆರಿಸಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗವನ್ನು ಭರ್ತಿಮಾಡಬೇಕು.

(*a*) 1635ನೆಯ ಇಸವಿಯು - - - - -ನೆಯ ಶತಮಾನಕ್ಕೆ ಸೇರಿದುದು (16, 17, 15, 1).

(*b*) ಮೈಸೊರಿನಿಂದ ಬೆಂಗಳೂರಿಗೆ ಸುಮಾರು - - - ಮೈಲಿಗಳು (500, 40, 80, 104).

(*c*) ಈಗ ನಮಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ಪ್ರಕಾರ ಸೂರ್ಯನ ಸುತ್ತ ಸುತ್ತುತ್ತಿರುವ ಗ್ರಹಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ - - - (5, 100, 2, 9).

(*d*) ಇಂಡಿಯಾ ದೇಶದ ಪ್ರಜಾಸಂಖ್ಯೆ ಸುಮಾರು – – – – –ಕೋಟಿ (40, 6, 7:, ½).

(*e*) ಭೂಗ್ರಹದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಸುಮಾರು – – – ಮೈಲಿಗಳು (100, 950, 3,960, 25,000,).

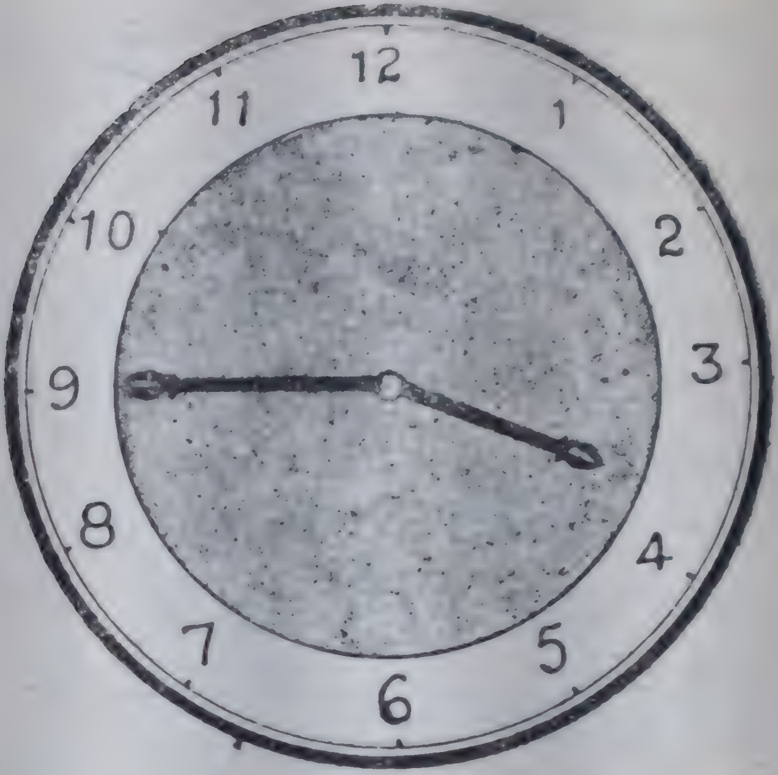
(*f*) ಭೂಮಿಯು ತನ್ನ ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಾರಿ ಸುತ್ತಲುಆಗುವ ಕಾಲ – – – (1ವರ್ಷ, 1ದಿನ, 1ಗಂಟೆ, 1ವಾರ).

(*g*) ಚೆಸ್ ಬೋರ್ಡಿನ (Chess Board) ಮೇಲೆ ಇರುವ ಮನೆಗಳ ಅಥವಾ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಟ್ಟು – – – – (50, 100, 64, 3).

(*h*) 5 ಮೈಲಿಗಳಿಗೆ ಸುಮಾರು – – – ಕಿಲೋಮೀಟರುಗಳು (8, 74, 5, 1).

20. ಗಡಿಯಾರಗಳು

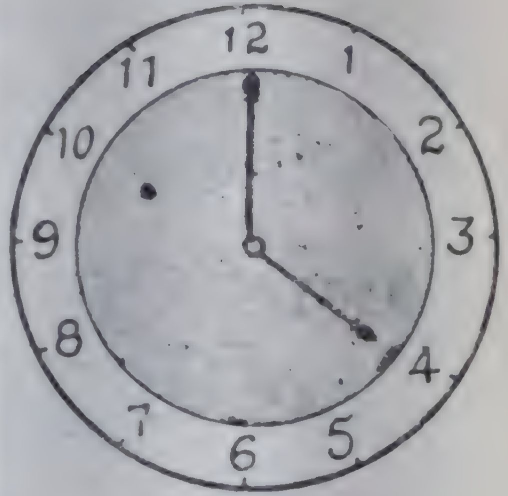
ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರಿಗೂ ಗಡಿಯಾರವು ಪರಿಚಯವಾಗಿರುವ ವಸ್ತು. ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಅಂಕಿಗಳು, ಸಣ್ಣ ಮುಳ್ಳು ಮತ್ತು ದೊಡ್ಡ ಮುಳ್ಳುಗಳ ಚಲನೆ ಮತ್ತು ಗೋಡೆಗೆ ತಗಲು ಹಾಕುವ ಗಡಿಯಾರವು ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆಯುವ ರೀತಿ ಇವೆಲ್ಲವೂ ನಮಗೆ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಗೊತ್ತು (ಅಥವಾ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಗೊತ್ತೆಂದು ನಾವು ಭಾವಿಸಿದ್ದೇವೆ). ಇಷ್ಟಾದರೂ ಗಡಿಯಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧ ಪಟ್ಟ ಪುಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಮನೋ



ಹರವಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ವಿಶ್ವದಾದ್ಯಂತ ಹರಡಿವೆ. ಇಲ್ಲಿ ಹಲವನ್ನು ಚರ್ಚಿಸೋಣ.

(i) ನಿಮ್ಮ ಮನೆಯಲ್ಲಿರುವ ಗಡಿಯಾರವನ್ನು ಕನ್ನಡಿಯಮೂಲಕ ನೋಡಿ. ಕನ್ನಡಿಯಲ್ಲಿ ಕಾಣುವ ಗಡಿಯಾರವು ನಿಜವಾದ ಕಾಲವನ್ನು ತೋರಿಸುವುದೇ? ಇಲ್ಲ. ನಿಜವಾದ ಕಾಲ 4 ಗಂಟೆಯಾಗಿದ್ದರೆ ಕನ್ನಡಿಯೊಳಗಿನ ಗಡಿಯಾರವು 8 ಗಂಟೆ ತೋರಿಸುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ (ತಲೆ ಕೆಳಕಾಗಿ ಕಾಣಿಸುವ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಸದ್ಯಕ್ಕೆ ಪರಿಗಣಿಸಬೇಡಿ; ಅಂಕಿಗಳಬದಲು ಬರೀ ಚುಕ್ಕೆಗಳಿವೆಯೆಂದು ಭಾವಿಸಿ).





ಹೀಗೆಯೇ ನಿಜವಾದ ಕಾಲ 2-30 ಆಗಿದ್ದರೆ ಗಡಿಯಾರವು 9-30 ಎಂದು ತೋರಿಸುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತದೆ.

ಈಗ ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಕೊಡಿ:

(i) ಕನ್ನಡಿಯೊಳಗಿನ ಗಡಿಯಾರವು (*a*) 7, (*b*) 1-15, (*c*) 6, (*c*) 11-60, (*d*) 6-12 ಈ ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುವಂತೆ ಕಂಡುಬಂದರೆ ನಿಜವಾದ ಕಾಲವೆಷ್ಟು ತಿಳಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

(ii) ಗೋಡೆಗೆ ತಗಲು ಹಾಕುವ ಗಡಿಯಾರವು (Wall-clock) ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆಯುವುದನ್ನು ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದೀರಿ. ಅದು ಅರ್ಧ ಗಂಟೆಗಳನ್ನೂ ಹೊಡೆಯುತ್ತದೆ. ಹೀಗಿರುವ ಗಡಿಯಾರವು ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು

ಬಾರಿ ಹೊಡೆಯುತ್ತದೆ—ಬರೆದು ಕೂಡಿ ತಿಳಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ನೋಡಿ (ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಬರಲು ಈ ದಿನ ಬೆಳಗ್ಗೆ 7-15ರಿಂದ ನಾಳೆ ಬೆಳಗ್ಗೆ 7-15ರ ವರೆಗೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಿ ನೋಡಿ).

(iii) ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ವೇಗವು ಗಂಟೆಯ ಮುಳ್ಳಿನ ವೇಗಕ್ಕಿಂತ ಜಾಸ್ತಿ ಎನ್ನುವುದು ನಮಗೆಲ್ಲ ಗೊತ್ತು; ಆದರೆ ಮೊದಲನೆಯ ವೇಗ ಎರಡನೆಯ ವೇಗದ ಎಷ್ಟರಷ್ಟಿದೆ—ಯೋಚಿಸಿದ್ದೀರಾ ?

(iv) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವು 6 ಗಂಟೆ ತೋರಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ ಅದರ ಎರಡು ಮುಳ್ಳುಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದರೆ, ಗಡಿಯಾರವು ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆ ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ?

(v) ಗಡಿಯಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಈ ಚಮತ್ಕಾರವು ಅನೇಕ ವೇಳೆ ಪರಮಾಶ್ಚರ್ಯವನ್ನುಂಟುಮಾಡಿದೆ. ನೀವು ಇದನ್ನು ನಿಧಾನವಾಗಿ ಮೂರುನಾಲ್ಕು ಬಾರಿ ಓದಿನೋಡಿ, ಅಭ್ಯಾಸಮಾಡಿ ಇತರರ ಮುಂದೆ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಿ. ನೀವು ಭಾರಿ ಮ್ಯಾಜಿಕ್ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೀರಿ ಎಂಬ ಭ್ರಾಂತಿ ಇತರರಿಗೆ ಉಂಟಾಗುವುದು. ಸಮಸ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಸ್ವಾರಸ್ಯವೋ ಅಷ್ಟೂ ಸರಳ !

ಒಂದು ಬೋರ್ಡಿನ (ಅಥವಾ ದೊಡ್ಡ ಹಾಳೆಯ) ಮೇಲೆ ಗಡಿಯಾರದ ಮುಖವನ್ನು ಬರೆದು, ಅದರ 1, 2, 3, . . 12 ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಸರಿಯಾಗಿ ಗುರುತುಮಾಡಿ. ನಿಮ್ಮ ಎದುರಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಮ್ಯಾಜಿಕ್ ನೋಡಲು ಬಂದಿರುವವನ ಹೆಸರನ್ನು, ರಾಮರಾಯರು ಎಂಬುದಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ರಾಮರಾಯರು ತಮ್ಮ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಈ ಹನ್ನೆರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಪೈಕಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಅಂಕಿಯನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ನಂತರ ನೀವು ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಅಥವಾ ಕಡ್ಡಿಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಗಡಿಯಾರದ ಅಂಕಿಗಳ ಮೇಲೆ ಕುಟ್ಟುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು. ನೀವು ಮಾಡುವ ಪ್ರತಿ ಕುಟ್ಟಿಗೂ ರಾಮರಾಯರು ತಮ್ಮ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕಿಗೆ ಒಂದನ್ನು ಸೇರಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು. ಹಾಗೆ ರಾಮರಾಯರಿಗೆ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ 20 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ ಬಂದ ಕೂಡಲೇ ನಿಮಗೆ ಅವರು 'ನಿಲ್ಲಿಸಿ' ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕು. ಆಗ ನೀವು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಅಥವಾ ಕಡ್ಡಿಯನ್ನು ಇಟ್ಟಿರುವ ಅಂಕಿಯೇ ಮೊದಲು ರಾಮರಾಯರು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಮಾಡಿಕೊಂಡಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದು ?

ನೀವು ಚಮತ್ಕಾರವನ್ನು ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಲು ಈ ಗುಟ್ಟನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಡಿ: ನೀವು ಅಂಕಿಗಳ ಮೇಲೆ ಕುಟ್ಟುತ್ತಾ ಹೊರಟಾಗ ಮೊದಲನೆಯ 7 ಕುಟ್ಟುಗಳು ಎಲ್ಲಿಬೇಕಾದರೂ, ಎಂದರೆ ಯಾವ ಅಂಕಿಯ ಮೇಲೆ

ಬೇಕಾದರೂ, ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿಯಾದರೂ ಬೀಳಲಿ. ಆದರೆ 8ನೆಯ ಕುಟ್ಟು ಮಾತ್ರ "12" ಎಂಬ ಅಂಕಿಯ ಮೇಲೆಯೇ ಬೀಳಲಿ; ಮುಂದಿನ ಕುಟ್ಟು "11"ರ ಮೇಲೆ. ನಂತರ "10"ರ ಮೇಲೆ ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ರಾಮರಾಯರು "ನಿಲ್ಲಿಸಿ" ಎನ್ನುವವರೆಗೂ ಮುಂದುವರಿಸಿ.

ಮೇಲೆ ನಿಮಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸೂಚನೆಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯ 7 ಕುಟ್ಟುಗಳು ಯಾವ ಅಂಕಿಗಳ ಮೇಲಾದರೂ ಬೀಳಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ; ಆದರೂ ರಾಮರಾಯರಿಗೆ ಕೊಂಚ ಗಡಿಬಿಡಿ ಅಥವಾ ಭ್ರಾಂತಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡಲು ನೀವು ಈ 7 ಕುಟ್ಟುಗಳನ್ನೂ ಯಾವುದೋ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ (ಅಂದರೆ, ಏನೋ ಒಂದು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದ ಪ್ರಕಾರ) ಮಾಡುತ್ತಿರುವಂತೆ ನಟಿಸಿ, ಸ್ವಲ್ಪ ಅಭ್ಯಾಸವಾದ ಮೇಲೆ ಈ ಚಮತ್ಕಾರದ ಪೂರ್ಣ ಫಲವನ್ನು ನೀವು ಅನುಭವಿಸುವಿರಿ!

(vi) ಗಡಿಯಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಈ ಪುಟ್ಟ ಪುಟ್ಟ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವೇನೆಂಬುದನ್ನು ಹೇಳಿ:

(*a*) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವು 12 ಗಂಟೆಯ ಹೊತ್ತಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಕಾಲವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿತ್ತು. ಆ ಕ್ಷಣದಿಂದ ಅದರ ಮುಳ್ಳುಗಳು ಮುಂದಕ್ಕೆ ಚಲಿ

ಷದ ಬದಲು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಲಾರಂಭಿಸಿದುವು. ಹೀಗಿರಲು 2-15ರವೇಳೆಗೆ ಅದು ಏನು ಕಾಲವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿತ್ತು? 5-30 ಕ್ಕೆ ಏನು ಕಾಲವನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತಿತ್ತು ?

(*b*) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದ ಮುಳ್ಳುಗಳು 3 ಮತ್ತು 4 ಗಂಟೆಗಳ ಮಧ್ಯದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವಾಗ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಇರುತ್ತವೆ ?

(*c*) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವು ಗಂಟೆಗಳನ್ನು ಹೊಡೆಯುತ್ತದೆ. ಅದು 3 ಹೊಡೆಯಲು 6 ಸೆಕೆಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, 8 ಹೊಡೆಯಲು ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡುಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ ತಿಳಿಸಬಲ್ಲಿರಾ ? (ವಿ.ಸೂ.–16 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು ಎನ್ನುವ ಉತ್ತರ ತಪ್ಪಾಗುತ್ತದೆ.—ಏಕೆ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ.)

(*d*) ಒಂದು ಗಡಿಯಾರವು ಪ್ರತಿ 1 ಗಂಟೆ ನಡೆದಮೇಲೆ ಐದು ನಿಮಿಷ ಪುರುಸತ್ತನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. ಅದು ಬೆಳಗ್ಗೆ 7 ಗಂಟೆಗೆ ನಡೆಯಲು ಹೊರಟರೆ, ಅದು ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12-30 ತೋರಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ, ಅದರ ನಿಜವಾದ ಕಾಲವೆಷ್ಟು ?

(e) ಎರಡು ಗಡಿಯಾರಗಳಿವೆ. ಒಂದು ಕರಾರುವಾಕಾಗಿ ನಡೆಯುತ್ತದೆ. ಇನ್ನೊಂದು ದಿವಸಕ್ಕೆ 2 ಗಂಟೆ ಹಿಂದೆ ಹೋಗುತ್ತದೆ. ಸೋಮವಾರ ಮಧ್ಯಾಹ್ನ 12 ಗಂಟೆಗೆ ಎರಡನ್ನೂ ಸರಿಯಾಗಿಟ್ಟು ನಡೆಯಲು ಬಿಟ್ಟರೆ ಅವು ಮತ್ತೆ ಏಕಕಾಲವನು ಯಾವ ದಿನ ತೋರಿಸುತ್ತವೆ ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ.

21. ಆಶ್ಚರ್ಯಕರ ಸಂಖ್ಯೆ

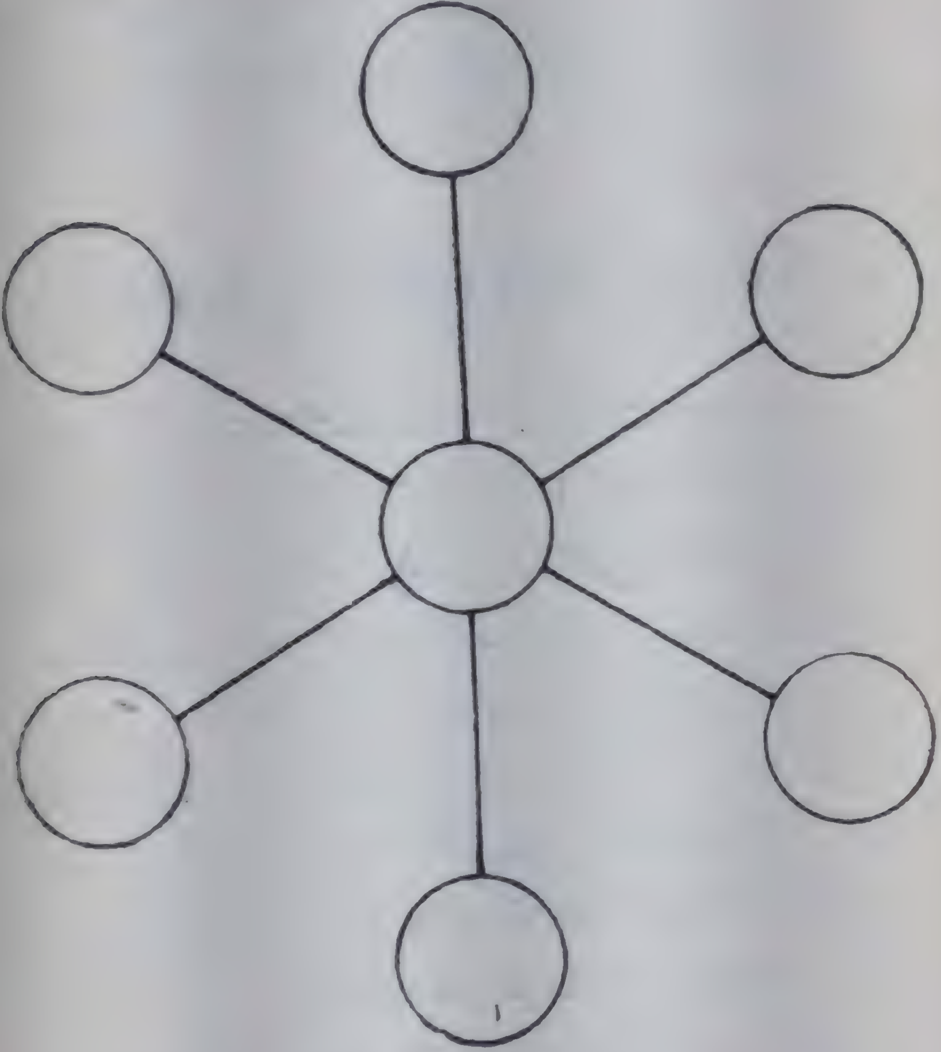
1,42,857 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇದರ ಅಂಕಗಳು 1, 4, 2, 8, 5 ಮತ್ತು 7. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2ರಿಂದ, 3ರಿಂದ, 4ರಿಂದ, 5ರಿಂದ ಮತ್ತು 6ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಅಂಕಗಳೇ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರುತ್ತವೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ,

$142857 \times 2 = 285714$;
$142857 \times 3 = 428571$;
$142857 \times 4 = 571428$;
$142857 \times 5 = 714285$ ಮತ್ತು
$142857 \times 6 = 857142$.

22. ಅಂಕಿಗಳ ಜೋಡಣೆ

ಇಲ್ಲಿರುವ ಚಿತ್ರದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವೃತ್ತವಿದೆ. ಅದರ

ಮೂಲಕ ಹೋಗುವ ಮೂರು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಮೂರು ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಿವೆ (ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವುದೂ ಸೇರಿ). ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಏಳು ವೃತ್ತಗಳಿದ್ದಂತಾಯಿತು.



ಈಗ ನೀವು 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ಎಂಬ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಮೇಲಿನ ಏಳು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೊಂದರಂತೆ ಬರೆಯಬೇಕು; ಮತ್ತು, ಹಾಗೆ ಬರೆದಮೇಲೆ ಯಾವ ಸಾಲಿನ

ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದರೂ ಒಂದೇ ಮೊತ್ತ ಬರಬೇಕು.

ಸಮಸ್ಯೆ ಬಹು ಸುಲಭ: ಒಂದೆರಡು ಬಾರಿ ನೀವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ; ವಿಫಲರಾದರೂ ಚಿಂತಿಸಬೇಕಾಗಿಲ್ಲ. ಅಂತಿಮ ಜಯ ನಿಮಗೇ !

23. ತರ್ಕದೋಷವೊ ಅಥವಾ ಭ್ರಮೆಯೊ ?

ಅಂಕಗಣಿತವಾಗಲಿ, ಬೀಜಗಣಿತವಾಗಲಿ ಅಥವಾ ರೇಖಾಗಣಿತವಾಗಲಿ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಅಥವಾ ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವಾಗ ಅನೇಕ ಹಂತಗಳು ಅಥವಾ ಮೆಟ್ಟಿಲುಗಳು (Steps) ಬರುವುವೆಂಬುದನ್ನು ಹೈಸ್ಕೂಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಬಲ್ಲರು. ಒಂದು ಹಂತದಿಂದ ಮುಂದಿನ ಹಂತಕ್ಕೆ ಹೋಗಲು ಒಂದು ಕಾರಣವನ್ನು ಕೊಡಬೇಕು; ಈ ಕಾರಣವು ಸ್ವತಸ್ಸಿದ್ಧವಾಗಿರಬಹುದು ಅಥವಾ ಹಿಂದೆ ನಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರುವ ಒಂದು ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಅವಲಂಬಿಸಿರಬಹುದು. ಪ್ರತಿ ಹಂತವೂ ಕಾರಣಬದ್ಧವಾಗಿದ್ದರೆ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ನಿರ್ಣಯವೂ ಸರಿಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಹೇಳುವುದಾದರೆ "ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನದ ಮೂರು ಕೋನಗಳೂ ಸೇರಿ 180°" ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾದರೆ, ಮೊದಲು ನಾವು ABC ಎಂಬ

ತ್ರಿಕೋನವನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಕೊಂಚ ರಚನೆಯನ್ನು ಮಾಡುತ್ತೇವೆ. ನಂತರ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಹಲವು ಹಂತಗಳನ್ನು ಬರೆಯುತ್ತಾ ಹೋಗಿ ಕಡೆಗೆ $A+B+C=180^\circ$ ಎಂಬ ನಿರ್ಣಯಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತೇವೆ.

ಈಗ ಇಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಬೇಕೆಂದಿರುವ ವಿಷಯವೇನೆಂದರೆ, ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜಾಗದಿಂದ ಹೊರಟು ಕಾರಣಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾ ಹಲವಾರು ಹಂತಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು; ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ನಿರ್ಣಯವು ಅರ್ಥರಹಿತ ಅಥವಾ ಹಾಸ್ಯಾಸ್ಪದವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ನಿಮಗೆ ನಂಬಿಕೆ ಕಡಮೆಯಾಗಬೇಕೆಂದಲ್ಲ. ಗಣಿತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಸರಿಯಾಗಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಯಾವ ಹಂತದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟ ಕಾರಣವು ನೀವು ಸರಿ ಎಂಬುದಾಗಿ ತಲೆಯಾಡಿಸಿದಾಗ್ಯೂ, ಸರಿಯಾಗಿರಲಿಲ್ಲ ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಸಿಧಾನವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು. ಒಂದೆರಡು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ :

(i) $x=y$ ಆಗಿರಲಿ.

ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ xನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ,

$$x^2=xy.$$

ಆದರೆ $y^2=y^2$ (ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ಬೇಕಿಲ್ಲ)

ಕಳೆದರೆ, $x^2-y^2=xy-y^2$,

ಅಥವಾ $(x+y)(x-y)=y(x-y)$;

ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ $(x-y)$ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ,

$x+y=y$.

ಆದರೆ $x=y$ (ದತ್ತ); ಈ ಕಾರಣದಿಂದ,

$y+y=y$;

ಅಥವಾ $2y=y$;

ಅಥವಾ y ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ,

$2=1$;

ಹೀಗಾಗಿ $2=1$ ಎಂಬ ನಂಬಲಸಾಧ್ಯವಾದ ಫಲಿತಾಂತ ಹೇಗೆ ಬಂದಿತು ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ.

(ii) ಮೇಲಿನ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ $2=1$ ಎಂದು ಬಂದಿತು; ಈಗ $3=1$ ಎಂಬುದಾಗಿ ಬರುವ ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ :

$x=y$ ಆಗಿರಲಿ.

ಎರಡು ಕಡೆಗಳನ್ನೂ yನಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ,

$xy=y^2$;

$\therefore 2xy=2y^2$;

$$\therefore\ xy + xy = 2y^2;$$

$$\therefore\ xy = 2y^2 - xy.$$

ಆದರೆ $x^2 = x^2$.

ಕಳೆದರೆ $xy - x^2 = 2y^2 - xy - x^2y$.

ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ ಅಪವರ್ತಿಸಿದರೆ,

$$x(y - x) = (y - x)(2y + x)$$

ಈಗ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ $(y - x)$ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ,

$$x = 2y + x.$$

ಆದರೆ $y = x$; ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2x + x$;

ಅಂದರೆ $x = 3x$.

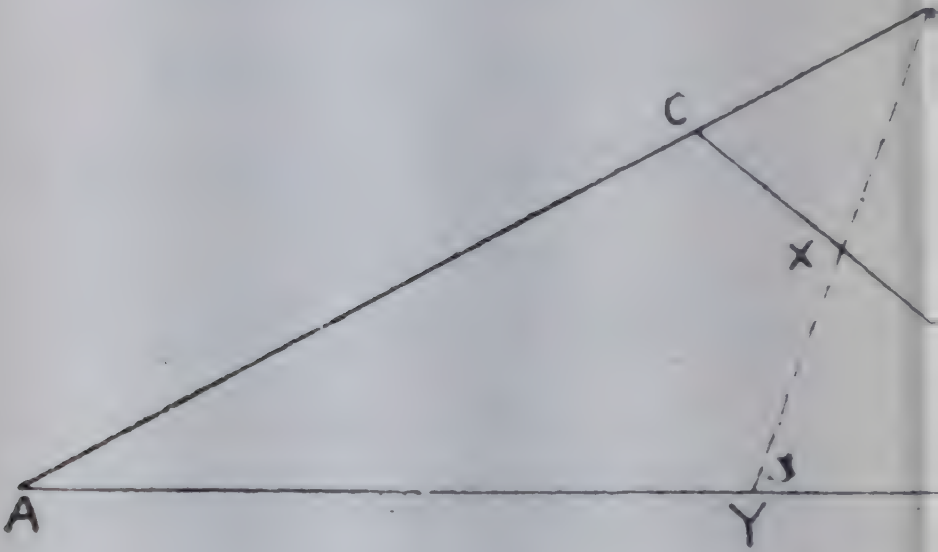
ಈಗ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ xನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ,

$$1 = 3$$

ಅಥವಾ $3 = 1$ ಎಂಬ ಮೊದಲೇ ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಿದ್ದ ಅರ್ಥರಹಿತ ಫಲಿತಾಂಶ. ಇದಕ್ಕೆ ನಿಮ್ಮ ವಿವರಣೆ ಏನು ?

(iii) ರೇಖಾಗಣಿತದ ಈ ನಿದರ್ಶನವನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ಸರಳರೇಖೆಯೂ ಅನೇಕ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ರಚಿತವಾಗಿದೆ. ಈಗ AB ಮತ್ತು CDಗಳೆಂಬ ಎರಡು ಸಮನಲ್ಲದ ರೇಖೆ

ಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. AC ಮತ್ತು BDಗಳು Pನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. ಈಗ CDಯ ಮೇಲೆ X ಎಂಬ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. PX ಸೇರಿಸಿ ವೃದ್ಧಿಸಿದರೆ ಅದು ABಯನ್ನು Yನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. ಈಗ



CDಯ ಮೇಲಿರುವ X ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ABಯ ಮೇಲೆ Y ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿದೆ. ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ CDಯ ಮೇಲಣ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವಿಗೂ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ABಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿದೆ: ಇದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿಯೇ ABಯ ಮೇಲಣ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವಿಗೂ ಅನುಗುಣವಾಗಿ CDಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿದೆ. ಆದಕಾರಣ AB ಮತ್ತು CD ಇವೆರಡು ರೇಖೆಗಳಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ

ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮ; ಈ ಕಾರಣದಿಂದ[1] AB=CD; ಆದರೆ AB, CDಗಳು ಸಮವಲ್ಲದ ರೇಖೆಗಳು ಎಂಬುದಾಗಿ ನಾವು ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ್ದೇವೆ. ಈಗ AB=CD ಹೇಗೆ ಸಾಧ್ಯ?

24. ಮನೋಹರ ಅಂಕಗಣಿತ

1. ಗಂಡನಿಗೆ ಹೆಂಡತಿಗಿಂತ 5 ವರ್ಷ ಜಾಸ್ತಿ ವಯಸ್ಸು. ಹೆಂಡತಿಯ ವಯಸ್ಸು ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟಿದೆ. ಈ ಮಗನಿಗಿಂತ 3 ವರ್ಷ ಕಡಮೆಯಾಗಿರುವ ಇವನ ತಂಗಿಯು 7 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಹುಟ್ಟಿದಳು. ಈಗ ತಂದೆಯ ವಯಸ್ಸೇನು?

2. ಒಬ್ಬ ಕೂಲಿಯವನು 1 ತಿಂಗಳು ಕೆಲಸಮಾಡಿದರೆ 45 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು 1 ಕೋಟನ್ನು ಕೊಡುವುದಾಗಿ ಯಜಮಾನನು ಒಪ್ಪಿದ್ದನು. ಆದರೆ ಕೂಲಿಯವನು 24 ದಿನಸ ಮಾತ್ರ ಕೆಲಸಮಾಡಿ ಹೊರಟುಹೋಗಬೇಕಾಯಿತು. ಆಗ ಯಜಮಾನನು ಗಣಿತದ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಸಹಾಯ

---

[1] ರಾಮನಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ರೂಪಾಯಿಗೂ ಭೀಮನಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯೂ, ಭೀಮನಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿ ರೂಪಾಯಿಗೂ ರಾಮನಲ್ಲಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿಯೂ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, ರಾಮ ಮತ್ತು ಭೀಮ ಇವರೀರ್ವರ ಬಳಿ ಇರುವ ಮೊತ್ತಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮ.

ನನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಕೂಲಿಯವನಿಗೆ 29 ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಕೋಟನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಕಳುಹಿಸಿದನು. ಕೋಟಿನ ಬೆಲೆ ಏನು ತಿಳಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

3. ಒಂದು ಬಿಳಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಕರಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿ ಕರಿ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಐನ್ನೈದು ಕೆಂಪು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿವೆ. ಒಟ್ಟೆಷ್ಟು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳಿವೆ?

4. ಪ್ರತಿ ಪುಸ್ತಕಕ್ಕೂ 10 ರೂಪಾಯಿ, ಪ್ರತಿ ಪೆನ್ನಿಗೂ 3ರೂಪಾಯಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲಿಗೂ 50 ಪೈಸೆಗಳಂತೆ 100 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು, 100 ಸಾಮಾನುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡರೆ, ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಪುಸ್ತಕ, ಪೆನ್ನು ಮತ್ತು ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲುಗಳು ಸಿಕ್ಕಿದುವು ಹೇಳಬಲ್ಲಿರಾ?

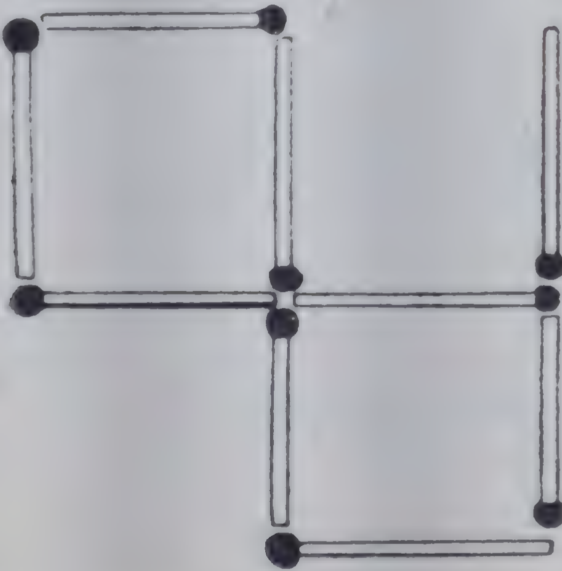
25. ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಮಸ್ಯೆ

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಅರ್ಥಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಲು ನೀವು ಒಂದೇ ಸಮನಾದ ಹಲವಾರು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಮಾಡಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು. ಇದಕ್ಕೆ ಬೆಂಕಿ ಪೊಟ್ಟಣದ ಕಡ್ಡಿಗಳಾದರೂ ಸಾಕು.

ಹೇಳಿರುವಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮೊದಲು ತೋರಿಸಿರುವ ಚಿತ್ರ ಬರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕು. ನಂತರ

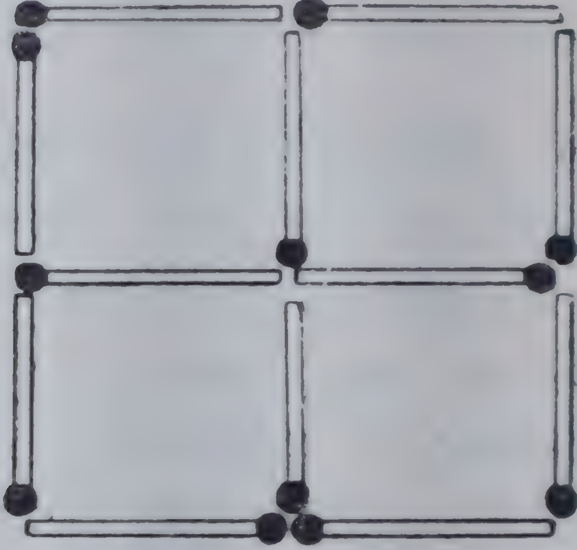
ಹಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಹಾಕುವುದರ ಮೂಲಕ ಅಥವಾ ತಿಳಿಸುವಷ್ಟು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಜೋಡಿಸುವುದರ ಮೂಲಕ ಬೇಕಾದ ಚಿತ್ರ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು.

ವಿ. ಸೂ. ಬೇಕಾದ ಚಿತ್ರ ಬಂದಾಗ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಅನಾವಶ್ಯಕವಾದ ಅಥವಾ ಒಂಟಿಯಾಗಿ ಅಥವಾ ಪ್ರಲಂಬ (Projection)ವಾಗಿ ಉಳಿಯುವ ಕಡ್ಡಿ ಇರಬಾರದು. ಉದಾಹರಣೆ: ಈ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕಾಣಬರುವ A ಎಂಬುದಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿರುವ ಕಡ್ಡಿಯು ಆಕ್ಷೇಪಣಾರ್ಹ. ಕೆಳಗೆ ಹೇಳಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದಾಗಲೆಲ್ಲ ಈ ಷರತ್ತು ಪೂರೈಸಿರಲೇ ಬೇಕು.



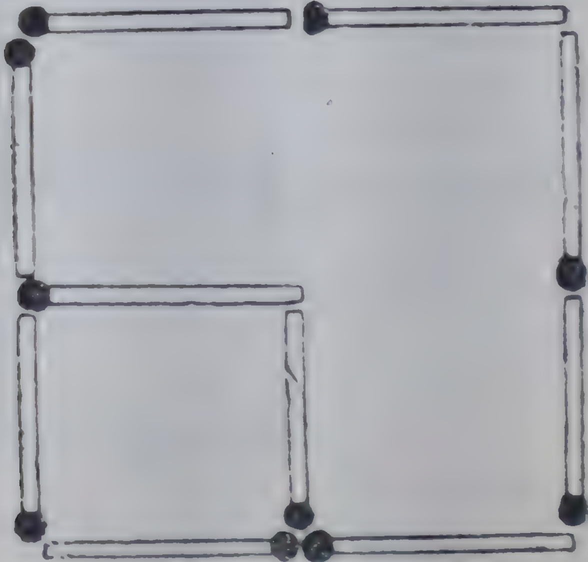
ಹಲವು ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು ಹೀಗಿವೆ:

(i) ಮೊದಲು 12 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ರೀತಿ ಜೋಡಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ ಹಲವು ಚೌಕಗಳಿವೆ.



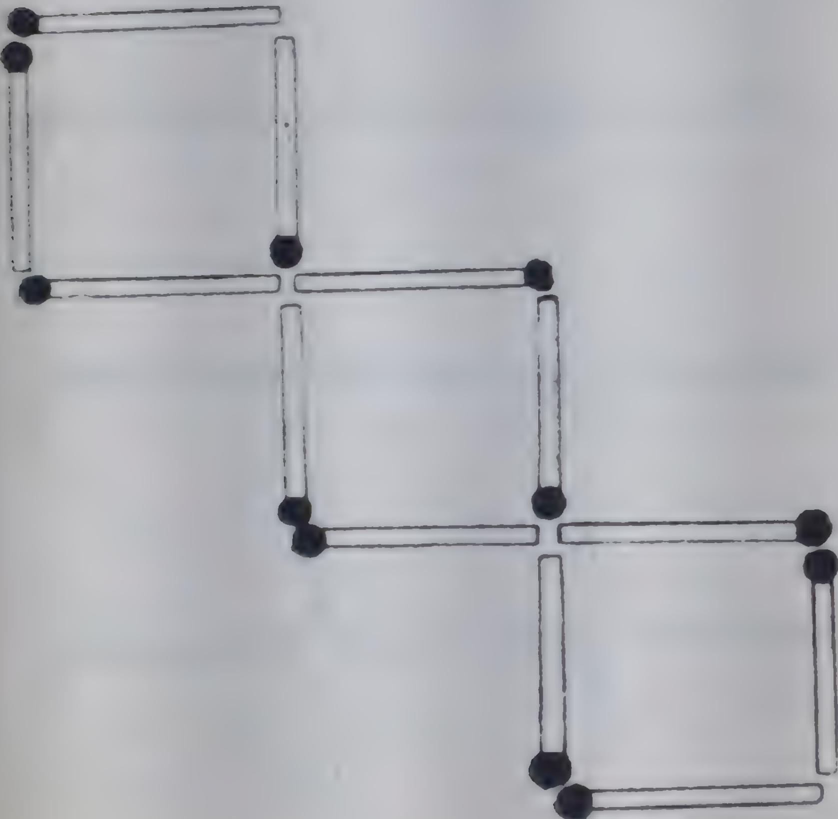
ಇವುಗಳ ಪೈಕಿ ಯಾವ ಎರಡು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದು ಹಾಕಿದರೆ ಎರಡು ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುವುವು?

ಉತ್ತರ ಹೀಗಿದೆ:

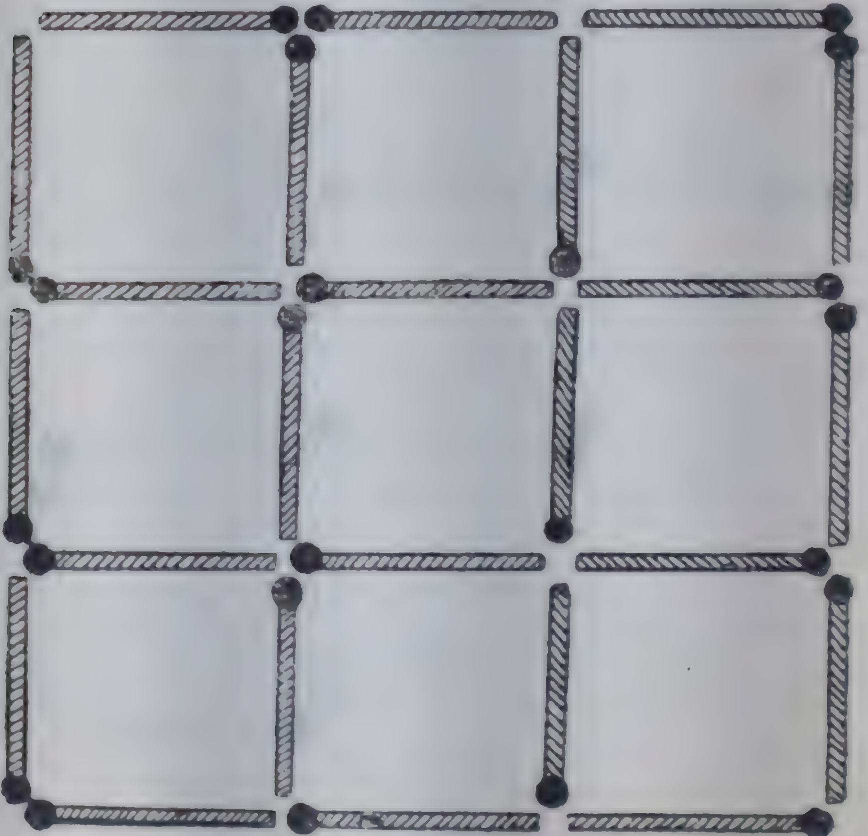


(ii) ಈಗ (i) ರಲ್ಲಿ ಹೇಳಿರುವಂತೆ 12 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. ಈ 12 ಕಡ್ಡಿಗಳ ಪೈಕಿ 4ನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದು ಪುನಃ ಆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿಯೇ ಬೇರೆ ಕಡೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಿದಾಗ ಮೂರು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾದ ಚೌಕ ಬರಬೇಕು.

ಉತ್ತರ ಹೀಗಿದೆ:



ಸಮಸ್ಯೆ ಏನೆಂಬುದನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಮೇಲೆ ಎರಡು ನಿದರ್ಶನಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟು ಅಲ್ಲಿಯೇ ಉತ್ತರಗಳನ್ನೂ ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈಗ ಇನ್ನೆರಡು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಲು ಕೊಡಲಾಗುವುದು. ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೋಡದೆಯೇ ನೀವು ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ. ಉತ್ತರವು ಒಂದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬಹುದು; ವಿವಿಧ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವಾಗ ತಿಳಿಸಲಾಗಿದೆ.



(iii) ಮೊದಲು 24 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಈ ಮುಂದೆ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿ:

ಇವುಗಳ ಪೈಕಿ ಎಂಟೇ ಎಂಟು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಹಾಕಿದರೆ, ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿದಿರಬೇಕು (ಈ ನಾಲ್ಕು ಚೌಕಗಳು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಗಾತ್ರ ದವುಗಳಾಗಿರಬಹುದು).

(iv) ಪುನಃ (iii)ರ ಚಿತ್ರವನ್ನೇ ಗಮನಿಸಿ; ಅಲ್ಲಿರುವ 24 ಕಡ್ಡಿಗಳ ಪೈಕಿ ಮತ್ತೆ ಯಾವ ಎಂಟೇ ಎಂಟು ಕಡ್ಡಿ ಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ತೆಗೆದುಹಾಕಿದರೆ ಆಗ ಮೊದಲಿನ ಗಾತ್ರದ (ಅಂದರೆ, ಮೊದಲಿದ್ದ 9 ಚೌಕಗಳ ಗಾತ್ರದ) 5 ಚೌಕ ಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯುವುವು ?

(v)ಈಗಲೂ (iii)ರ ಚಿತ್ರವನ್ನೇ ಗಮನಿಸಿ, ಮೊದಲೇ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಇಲ್ಲಿ 9 ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಚೌಕಗಳಿವೆ. ಒಟ್ಟು 24 ಕಡ್ಡಿಗಳಿವೆ. ಈ 24 ಕಡ್ಡಿಗಳ ಪೈಕಿ ಯಾವುದಾದರೂ 3ನ್ನು ಮಾತ್ರ ಕದಲಿಸಿ, ಬೇರೆ ಕಡೆ ಅದೇ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕು ಮತ್ತು ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಿದನಂತರ ಮೊದಲಿನ ರೀತಿಯ ಸಣ್ಣ ಸಣ್ಣ ಗಾತ್ರದ 8 ಚೌಕಗಳು ಮಾತ್ರ ಉಳಿಯಬೇಕು.

26. ಇದು ಎಲ್ಲಾದರೂ ಉಂಟೆ?

ಅಗಲವಾದ ಒಂದು ಕಾಗದದ ಹಾಳೆಯನ್ನು ನೀವು

ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರೆಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಈ ಹಾಳೆಯ ದಪ್ಪ $\frac{1}{1000}$ ಅಂಗುಲ ಎಂಬುದಾಗಿ ಇಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ಎಂದರೆ, ಹಾಳೆಯು ಬಲು ತೆಳುವಾಗಿದ್ದಂತಾಯಿತು. ಈ ಹಾಳೆಯನ್ನು 56 ಬಾರಿ ಅದರ ಮೇಲೆಯೇ ಮಡಿಸಿದರೆ, ಆಗ ಬರುವ ಒಟ್ಟು ಪದರಗಳ ಎತ್ತರವು ಎಷ್ಟಿರಬಹುದು ಊಹಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

ಯಾರಾದರೂ ಹೆಚ್ಚಿನ ಗಣಿತದ ಜ್ಞಾನವಿರುವವರು ಇದ್ದರೆ ಅವರನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಿ ತಿಳಿಸುವಂತೆ ಕೇಳಿ ನೋಡಿ.

ಉತ್ತರವನ್ನು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಿದರೆ ನೀವು ನಂಬುವುದೇ ಕಷ್ಟವಾಗುವುದು. ಆದರೂ ಉತ್ತರ ಸರಿ. ಹಾಳೆಯನ್ನು 56 ಬಾರಿ ಮಡಿಸಿದ ಮೇಲೆ ಉಂಟಾಗುವ ದಪ್ಪ (ಫರ್ಲಾಂಗುಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟರೆ)

1,137,272,633 ಮೈಲಿಗಳು !

(ಅಂದರೆ ನೂರ ಹದಿಮೂರು ಕೋಟಿ ಮೈಲಿಗಿಂತಲೂ ಹೆಚ್ಚು ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.)

27. ಮ್ಯಾಜಿಕ್

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನೆದುರಿಗೆ ನೀವು ನಿಮ್ಮ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿ

ಯನ್ನು ಪ್ರದರ್ಶಿಸುವ ಮಾರ್ಗ ಇದು. ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನು ನಿನಗೆ ತಿಳಿದಿರುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು (ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು) ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಲಿ. ನೀವು ಹೇಳುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅದನು ಕೂಡಿ, ಕಳೆದು, ಗುಣಿಸಿ, ಭಾಗಿಸುತ್ತಾ ಬಂದರೆ, ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಉತ್ತರ 100 ಎಂಬುದಾಗಿ ನೀವು (ಕಡೆಯಲ್ಲಿ) ತಿಳಿಸಬಹುದು. ಒಬ್ಬ ಸ್ನೇಹಿತ ಯಾಕೆ. ನಿಮ್ಮೆದುರಿಗೆ ಹಲವಾರು ಸ್ನೇಹಿತರಿದ್ದರೂ ಕೂಡ ಅವರೆಲ್ಲರಿಗೂ ತಮಗಿಷ್ಟಬಂದ (ಬೇರೆ ಬೇರೆ) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನು ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲಿ. ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಉತ್ತರ 100 ಬರುವುದನ್ನು ತಿಳಿಸಿ, ನೀವು ಅವರೆಲ್ಲರನ್ನೂ ಚಕಿತರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು. ನೀವು ಹೇಳುವ ಸೂಚನೆ:

ಉದಾಹರಣೆ

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳಿ	13
ಅದನ್ನು 6ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ	78
ಅದಕ್ಕೆ 9 ಸೇರಿಸಿ	87
ಅದನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ	29
ಅದಕ್ಕೆ 15 ಸೇರಿಸಿ	44
ಅದನ್ನು 2 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ	22
ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ	9
11ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1 ಸೇರಿಸಿ	100

ಈ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಗುಟ್ಟು ಅಥವಾ ವಿವರಣೆ ಹೀಗಿದೆ:

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತನ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂಬುದಾಗಿ ಇಟ್ಟು ಕೊಳ್ಳೋಣ. 6ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 6x ಆಯಿತು. ಅದಕ್ಕೆ 9 ಸೇರಿಸಿದಾಗ (6x+9) ಆಯಿತು. ಇದನ್ನು 3ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ $(6x+9)/3=3(2x+3)/3=(2x+3)$ ಆಯಿತು. ಈಗ 15 ಸೇರಿಸಿದರೆ 2x+18 ಆಯಿತು. ಇದನ್ನು 2ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ $(2x+18)/2=2(x+9)2=(x+9)$. ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದ xನ್ನು ಕಳೆದರೆ $(x+9)-x$ ಅಥವಾ 9 ಆಯಿತು. ಇದನ್ನು 11ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ $9\times 11+1=100$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

28. ಮೇಲಿನ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ವೈಚಿತ್ರ್ಯ

ಮೂರು ಅಂಕಗಳ ಯಾವುದಾದರೊಂದು (ಆದರೆ ಎರಡು ಕೊನೆಗಳ ಅಂಕಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ರಲಿ) ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ (ಉದಾ : 358). ಇದರ ಅಂಕಗಳನ್ನು ಈಗ ವಿರುದ್ಧ ಅಥವಾ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕ್ರಮ(Reverse Order)ದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ (ಅಂದರೆ 853 ಆಗುತ್ತದೆ). ಇವೆರಡರ ಪೈಕಿ ದೊಡ್ಡದರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕ ದನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ (853-358=495). ಈಗ ಬರುವ (495) ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪುನಃ ವಿರುದ್ಧ ಅಥವಾ ಪ್ರತಿಲೋಮ

ವಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ (ಎಂದರೆ 594 ಆಗುತ್ತದೆ). ಇವೆರಡನ್ನೂ (495 ಮತ್ತು 594) ಕೂಡಿದರೆ ಮೊತ್ತ ಯಾವಾಗಲೂ 1089 ಎಂಬುದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

```
 495
 594
————
1089
————
```

ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ:

ಮೊದಲು ಬರೆದಿದ್ದು:	916
ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ:	619
ವ್ಯತ್ಯಾಸ:	297
ಮತ್ತೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ:	792
ಯಾವಾಗಲೂ ಬರುವ ಮೊತ್ತ:	1089

ವಿ ಸೂ–ನೀವು ಮೊದಲು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕಡೆಯ ಅಂಕಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರಬೇಕು. ಮೇಲೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಮೊದಲ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ 358ರಲ್ಲಿ, 3 ಮತ್ತು 8ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 5 (ಇದು 1ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ); ಹೀಗೆಯೇ ಎರಡನೆಯ

ಉದಾಹರಣೆಯಾದ 916ರಲ್ಲಿ, 9 ಮತ್ತು 6ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 3 (ಇದೂ 1ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ). ಆದಕಾರಣ ನೀವು 615, 392, 434 ಮುಂತಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭ ಮಾಡಬಾರದು.

ವಿವರಣೆ: ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಪರಿಶ್ರಮವಿಲ್ಲದವರು ಈ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡಬಹುದು.)

ಮೊದಲು ಬರೆದಿದ್ದು: $100x+10y+z$

ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ: $100z+10y+x$

ವ್ಯತ್ಯಾಸ: $100(x-z) \quad +z-x$

$$= 100(x-z-1)+10\times 9+(10+z-x)$$

ಮತ್ತೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿ ಬರೆದರೆ:

$$100(10+z-x)+10\times 9+(x-z-1)$$

$$100(9)+2(10\times 9)+(9)$$

ಮೊತ್ತ: $= 900+180+9=1089$.

29. ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುವುದು

ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು 10ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುವ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಯದ

ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಲಿ. ನೀವು ಅವರಿಗೆ ಕೆಲವು ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಕೊಡುತ್ತಾ ಬರಬೇಕು. ಅವರು ಆದರಂತೆ ಮಾಡಿ, ಕಡೆಗೆ ಬರುವ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಿದರೆ, ನೀವು ಮೊದಲು ಅವರು ಬರೆದಿಟ್ಟಿದ್ದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಹೇಳಿಬಿಡಬಹುದು. ನೀವು ಹೇಳಬೇಕಾದ ಸೂಚನೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯೊಡನೆ ವಿವರಿಸಲಾಗಿದೆ:

(*a*) 10ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಮೆಯಾದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ: 5, 8, 2

(*b*) ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ: 10

(*c*) 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 13

(*d*) 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 7 ಸೇರಿಸಿ: 72

(*e*) ಎರಡನೆಯದನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 80

(*f*) 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ 3 ಸೇರಿಸಿ: 163

(*g*) 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಮೂರನೆಯದನ್ನು ಸೇರಿಸಿ: 817

ಈ ಕಡೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವಾದ 817ನ್ನು ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಅವರು ನಿಮಗೆ ತಿಳಿಸಿದ ಮೇಲೆ ನೀವು ಆದರ ಮೊದಲ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ತಿಳಿಸುವ ಕ್ರಮ ಏನೆಂದರೆ:

ಈ 817 ರಿಂದ 235ನ್ನು ಕಳೆಯಿರಿ. ಹಾಗೆ ಕಳೆದರೆ 582

817
235

582

ಬರುತ್ತದೆ. ಈ 582ರ ಅಂಕಿಗಳಾದ 5, 8, 2 ಎಂಬುವೇ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ಈ ಮೊದಲು ಬರೆದಿಟ್ಟಿದ್ದ ಅಂಕಿಗಳು (ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರು ನಿಮಗೆ ಕಡೆಯಲ್ಲಿ ತಿಳಿಸುವ ಫಲಿತಾಂಶದಿಂದ ಯಾವಾಗಲೂ 235ನ್ನೇ ಕಳೆಯುವುದು)

ವಿವರಣೆ: ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು x, y, z ಆಗಿರಲಿ. ಮೇಲಿನ ಸೂಚನೆಗಳ ಪ್ರಕಾರ ಹೀಗಾಗುತ್ತದೆ:

(*a*) x, y, z
(*b*) $2x$
(*c*) $2x+3$
(*d*) $10x+15+7=10x+22$
(*e*) $10x+22+y=10x+y+22$
(*f*) $20x+2y+44+3=20x+2y+47$
(*g*) $100x+10y+235+z=100x+10y+z+235$

ಈಗ ಕಡೆಯ ಫಲಿತಾಂಶವಾದ $100x+10y+z+235$ ನಿಮಗೆ ನಿಮ್ಮ ಸ್ನೇಹಿತರಿಂದ ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ. ಇದರಿಂದ ನೀವು 235ನ್ನು ಕಳೆದರೆ $100x+10y+z$ ಆಗುತ್ತದೆ; ಎಂದರೆ x,y,z ಮೊವಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಯಿತು.

30. ಬಾಯಿಲೆಕ್ಕಗಳು

ಇಲ್ಲಿ ಹಲವಾರು ಪುಟ್ಟ ಪುಟ್ಟ ಲೆಕ್ಕಗಳಿವೆ. ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಬೇರೆ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಗುರುತು ಮಾಡುತ್ತಾ ಬಂದು ನಂತರ ಕಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಉತ್ತರದೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಬೇಕು.

(*a*) ಎರಡೂವರೆ ಡಜನ್ನು ನೂರಕ್ಕಿಂತ ಎಷ್ಟು ಕಮ್ಮಿ?

(*b*) ಈಗ ವೇಳೆ 3-25. ಇನ್ನು ಮುಕ್ಕಾಲು ಗಂಟೆಯಾದ ನಂತರ ವೇಳೆ ಏನು ಆಗಿರುವುದು?

(*c*) ಇದರ ಬೆಲೆಯೇನು:

$$1\tfrac{1}{2}+2\tfrac{3}{4}+3+\tfrac{1}{4}$$

(*d*) ಒಂದು ಚೌಕದ ಬಾಹುವನ್ನು ಎರಡರಷ್ಟು

ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಎಷ್ಟರಷ್ಟಾಗುವುದು?

(*e*) ಮೂವತ್ತಾರು ಸಾವಿರದ ಐದು ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೊನ್ನೆಗಳಿವೆ?

(*f*) ಒಂದು ಸಾವಿರದಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಇಪ್ಪತ್ತುಗಳಿವೆ?

(*g*) ರಾಮು ಮತ್ತು ಭೀಮು ಇವರಲ್ಲಿರುವ ರೂಪಾಯಿಗಳು ಸಮ. ಈಗ ರಾಮುನು ಭೀಮುನಿಗೆ 6 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟರೆ. ಆಗ ಭೀಮುನಲ್ಲಿ ರಾಮುನಿಗಿಂತಎಷ್ಟು ರೂಪಾಯಿಗಳು ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತವೆ?

(*h*) 20 ಮತ್ತು 12 ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತವು ಇವುಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸದ ಎಷ್ಟರಷ್ಟಿದೆ?

31. ಸಮಸ್ಯೆಯ ಇನ್ನೂ ಹಲವು ಸರಳ ಆದರೆ ಮನೋಹರವಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನೊಳಗೊಂಡಿರುವ ಈ ಪದ್ಯಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಬಲ್ಲಿರಾ?

(*a*) ತೋಪಿನಲಿ ಬೆಳೆದಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಿಡದಲ್ಲಿ
ಒಂದೊಂದೆ ಹಕ್ಕಿ ತಾ ಕುಳಿತರೊಂದಕೆಡೆಯಿಲ್ಲ;
ಜೋಡಿಗಳು ಕುಳಿತಾಗ ತಾನೊಂದು ಗಿಡ ಬರಿದು
ಇಂತಿರಲು ಹೇಳಯ್ಯ ನೀ ಹಕ್ಕಿ ಎಣಿಕೆಯನು

(*b*) ಐವರ ವಯಸಿನ ಮೊತ್ತವು ನೂರಾಗಿರಲು
ಒಬ್ಬೊಬ್ಬರ ವಯದಂತರ ಎರಡೇ ಇರಲು
ಸೋದರೈವರ ವಯಸನು ನೀ ಪೇಳು

(*c*) ದಿನದಿನ ದುಡಿವರೆ ಆಳಿಗೆ ಸಿಗುವುದು ನಾಲ್ಕು ರೂಪಾಯಿ
ಕೆಲಸಕೆ ತಪ್ಪಿದರಾಗುವ ದಂಡವು ಮೂರು ರೂಪಾಯಿ
ತಿಂಗಳ ಕಡೆಯಲಿ ಬರುವುದು ಕೈಯಿಗೆ ಒಂದು
ರೂಪಾಯಿ
ಇಂತಿರೆ ದುಡಿಮೆಯ ದಿನವನು ಪೇಳಲೆ ಧೀರ ಸಿಪಾಯಿ

32. ಹಾಸ್ಯಚಟಾಕಿಗಳು

(i) ಆತ್ಮವಂಚನೆ

ಸ್ನೇಹಿತ: ಏನು ಸಾಹುಕಾರ್ರೇ! ನಿಮ್ಮ ಅಂಗಡೀಗೆ ನೆನ್ನೆ ರಾತ್ರಿ ಬೆಂಕಿ ಬಿತ್ತು ಅಂತ ಕೇಳಿ ತುಂಬ ದುಃಖವಾಯ್ತು.

ಸಾಹುಕಾರರು: ಹೌದು ಸ್ವಾಮಿ! ಬೆಂಕಿ ಬಿತ್ತು.

ಸ್ನೇಹಿತ: ಸಾಮಾನುಗಳೆಲ್ಲ ಸುಟ್ಟುಹೋಗಿ ತುಂಬ ನಷ್ಟವಾಗಿರಬಹುದು?

ಸಾಹುಕಾರರು: ನನ್ನ ಬುದ್ಧಿವಂತಿಕೆಯಿಂದ ನಷ್ಟ

ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಆಗಲಿಲ್ಲ; ಯಾಕೇಂದ್ರೆ ಮೊನ್ನೆ ನಾನು ಆ ಪದಾರ್ಥಗಳ ಬೆಲೇನೆಲ್ಲ ಇಳಿಸಿಬಿಟ್ಟಿದ್ದೆ!

* * *

(ii) ಮಾತಿನ ಚಮತ್ಕಾರ

ಮೇಷ್ಟ್ರು: ಸಾಹುಕಾರ್ರೇ! ನೂರು ರೂಪಾಯಿ ಬೇಕಿತ್ತಲ್ಲಾ?

ಸಾಹುಕಾರ್ರು: ಆಗಲಿ. ಅದಕ್ಕೇನು ! ಕೊಡ್ತೀನಿ.

ಮೇಷ್ಟ್ರು: ಅದರಲ್ಲಿ ಈಗ 50 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡಿ, ನಾಳೆ ಇನ್ನು 50 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡೋರಂತೆ.

ಸಾಹುಕಾರ್ರು: (50 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟು) ತಗೋಳಿ ಈಗ 50 ರೂಪಾಯಿ.

ಮೇಷ್ಟ್ರು: (50 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಕೈಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು) ನೋಡಿ ! ಈ 50 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನ ನಾನು ನಿಮಗೆ ಕೊಡಬೇಕು; ನೀವು ಒಪ್ಪಿದ್ದೋಪ್ರಕಾರ ನಾಳೆ ಬೆಳಗ್ಗೆ ನೀವು ನನಗೆ 50 ರೂಪಾಯಿ ಕೊಡಬೇಕು. ಇಬ್ಬರೂ ಹಾಗೆ ಮಾಡೋದೇಬೇಡ—ಅಲ್ಲಿಗೆ ಇಬ್ಬರ

ಸಾಲವೂ ತೀರಿದಹಾಗಾಯ್ತು. ಬರ್ತೀನೆ, ನಮಸ್ಕಾರ ! (ಎಂದು ಹೇಳಿ ಮೇಷ್ಟ್ರು 50 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ತೆಗೆದು ಕೊಂಡು ಹೊರಟುಹೋದರು. ಗಣಿತದ ದೃಷ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಎಲ್ಲಿ ಮೋಸವಾಯಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಪತ್ತೆಮಾಡ ಬಲ್ಲಿರಾ?)

33. ನಾಲ್ಕು 4ಗಳು

ಈಗ 4, 4. 4, 4 ಎಂಬ ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ 4ನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಸಾರಿ ಬರೆಯಲಾಗಿದೆ. ಗಣಿತದ ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬೇಕಾದರೂ ಉಪಯೋಗಿಸಲು ನಿಮಗೆ ಹಕ್ಕಿದೆ. ಆ ಚಿಹ್ನೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ನಾಲ್ಕು 4ಗಳನ್ನೂ ಸೇರಿಸಿ ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು (ಮತ್ತಾವ ಅಂಕಿಯನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸ ಬಾರದು ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕು 4ಗಳನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸಲೇ ಬೇಕು).

ಗಣಿತದ ಚಿಹ್ನೆಗಳಾವು ಎಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಈ ಮೊದಲೇ ಪರಿಚಯವಾಗಿದೆ. $+, -, \times, \div$ ಎಂಬ ಪ್ರಮುಖ ಚಿಹ್ನೆ ಗಳಲ್ಲದೆ, ( ) (ಬ್ರ್ಯಾಕೆಟ್ಟುಗಳು ಅಥವಾ ಆವರಣಗಳು), $\sqrt{}$ (ವರ್ಗಮೂಲದ ಚಿಹ್ನೆ), $\cdot$ (ದಶಮಾಂಶದ ಚುಕ್ಕಿ), ದಶಮಾಂಶದ ಚುಕ್ಕಿಯನ್ನೂ ಹಾಕಿ ಅಂಕಿಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಚುಕ್ಕಿಯನ್ನಿಡುವುದು (ಉದಾ: $\dot{4} = \frac{4}{9}$), ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ ಓದುಗರು ಇನ್ನೂ ಒಂದೆರಡು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬಹುದು. ಎರಡು 4ಗಳನ್ನು ಯಾವ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನೂ ಉಪಯೋಗಿಸದೆ ಒಂದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದನ್ನು ಬರೆದರೆ 44 ಎಂದಾಗುವುದು. ಆದಕಾರಣ ನಮಗೆ 50 ಎಂಬ ಬೆಲೆ ಬರಬೇಕಾದರೆ $44+4+\sqrt{4}$ ಎಂಬುದಾಗಿ ನಾಲ್ಕು 4ಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಬಹುದು.

ಹೈಸ್ಕೂಲು ಮತ್ತು ಪ್ರೀಯೂನಿವರ್ಸಿಟಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಪರಿಚಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಬಿ. ಎಸ್‌ಸಿ. ಯಲ್ಲಿ ಬರುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸರಳವಾದ ಗಣಿತ ಚಿಹ್ನೆಯು ಈ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಕ್ಕೆ ಬಹು ಉಪಯುಕ್ತವಾಗಿದೆ. ಈ ಚಿಹ್ನೆ ! ಎಂಬುದು. ಇದಕ್ಕೆ ಇಂಗ್ಲಿಷಿನಲ್ಲಿ Factorial ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದರ ಅರ್ಥ ಹೀಗಿದೆ.

$$1!=1;$$
$$2!=2\times1=2;$$
$$3!=3\times2\times1=6;$$
$$4!=4\times3\times2\times1=24;$$
$$5!=5\times4\times3\times2\times1=120;$$

ಇತ್ಯಾದಿ.

ಅಂದರೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಬರೆದು ಅದರ ಮುಂದೆ! ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ, ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮತ್ತು

ಅದರ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳನ್ನೂ (1ರವರೆಗೆ) ಬರೆದು ಗುಣಿಸಬೇಕು ಎಂದರ್ಥ. ಹಲವು ಗಣಿತಜ್ಞರು ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಮುಂದೆ ! ಎಂದು ಹಾಕುವ ಬದಲು ಅದೇ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಹಿಂದೆ $\angle$ ಎನ್ನುವ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವುದುಂಟು. ಉದಾ: $\angle 3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$, $\angle 6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$, ಇತ್ಯಾದಿ.

ನಾವು ಮೊದಲು ತೆಗೆದುಕೊಂಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವಾಗ ಈ ಫಲಿತಾಂಶಗಳೂ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿರಲಿ.

$$4^4 = 256;$$

$$\sqrt{4}^{\,\sqrt{4}} = 16;$$

$$(4+4)^{\sqrt{4}} = 64;$$ ಇತ್ಯಾದಿ.

ಇಷ್ಟು ವಿಷಯಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಮೇಲೆ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ನಮ್ಮ ಮುಂದಿರುವ ಪ್ರಶ್ನೆ ಏನೆಂದರೆ 4, 4, 4, 4 ಇವುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಗಣಿತದ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಜೋಡಿಸಿ ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ ಬರುವಂತೆ ಮಾಡಬೇಕು. ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸುವ ರೀತಿ ಒಂದು ಬೆಲೆ ಬರಲು ವಿಧವಿಧವಾಗಿರಬಹುದು-ಎಂದರೆ, ಉತ್ತರವು

"ಇದೇ" ಎಂಬುದಾಗಿ ಖಚಿತವಾಗಿ ಹೇಳಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ; ಓದುಗರು ತಮ್ಮ ತಮ್ಮ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಗನುಸಾರವಾಗಿ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ರೀತಿಯ ಉತ್ತರಗಳನ್ನೂ ಕೊಡಬಹುದು. ಮಾದರಿಗಾಗಿ ಹಲವು ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇತರ ಬೆಲೆಗಳು ಬರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಓದುಗರೇ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬಹುದು.

ಬೇಕಾದ ಬೆಲೆ		ನಾಲ್ಕು 4ಗಳ ಜೋಡಣೆ
0		$4-4+4-4$
1		$44\div 44$
2		$4+4-4-\sqrt{4}$
3		$(4+4+4)\div 4$
	ಅಥವಾ	$4-\sqrt{4}+4\div 4$
4		$4+(4-4)4$
10		$4\times 4-4-\sqrt{4}$
15		$4+44\div 4$
19		$4\times 4+\sqrt{\frac{4}{.\dot{4}}}$

(ಇದು ಹೇಗೆಂದರೆ $.\dot{4}$ ಇದರ ಬೆಲೆ $\frac{4}{9}$; ಆದಕಾರಣ

$4/.\dot{4}$ ಎಂದರೆ $4\times\frac{9}{4}$ ಅಥವಾ 9 ಎಂದಾಯಿತು ಹೀಗಾಗಿ $4\times4+\sqrt{9}=16+3=19$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ.

24 $\quad 4\times4+4+4$

ಅಥವಾ $\quad 4!+(4-4)4$

52 $\quad 44+4+4$

70 $\quad \dfrac{4!+\sqrt{4}+\sqrt{4}}{.4}$

81 $\quad \left(\dfrac{4}{.\dot{4}}\right)\left(\dfrac{4}{.\dot{4}}\right)$

90 $\quad 44\times\sqrt{4}+\sqrt{4}$

95 $\quad 4(4!)-(4\div4)$

100 $\quad \dfrac{4}{.4}\times\dfrac{4}{.4}$

ಅಥವಾ $\quad \sqrt{4}+\sqrt{4}+4(4!)$

ಅಥವಾ $\quad (4+4+\sqrt{4})^{\sqrt{4}}$

ಮೇಲೆ ವಿವರಿಸಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಯು ಗಣಿತದ ಚರಿತ್ರೆಯಲ್ಲಿ ಬಹು ಸೊಗಸಾದ ಒಂದು ಸಮಸ್ಯೆ. Sunday Times ಎಂಬ ಪಾಶ್ಚಿಮಾತ್ಯ ಪತ್ರಿಕೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಧೆಯಾಗಿ ಕೊಡಲಾಗಿತ್ತು. "1,2,3,4.... ಇತ್ಯಾದಿ ಬೆಲೆಗಳುಬರುವಂತೆ ಯಾವ ಅತ್ಯಂತ ಭಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಯವರೆಗೂ ಬರೆಯಬಲ್ಲಿರಿ?" ಎಂಬುದೇ ಆ ಸ್ಪರ್ಧೆ. 1ರಿಂದ 2000ದವರೆಗೂ ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ ಬರೆದವರೂ ಹಲವರಿದ್ದರು (ಅವರ ತಾಳ್ಮೆ ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಅವರ್ಣನೀಯ !) ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹಲವು ವೇಳೆ ಬರುವ Σ (ಇಂಗ್ಲಿಷಿನಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು Sigma ಎಂದು ಓದುತ್ತಾರೆ) ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನೂ ಹಲವರು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ್ದರು. ಈ Σ ಚಿಹ್ನೆಯ ಅರ್ಥವೇನೆಂದರೆ : Σ ಬರೆದು ಅದರ ಮುಂದೆ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವನ್ನು ಬರೆದರೆ 1ರಿಂದ ಆ ಪೂರ್ಣಾಂಕದವರೆಗೆ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಅಂಕಿಗಳನ್ನೂ ಬರೆದು ಕೂಡಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆ : $\Sigma 3=3+2+1=6$, $\Sigma 4=4+3+2+1=10$, $\Sigma 8=8+7+6+5+4+3+2+1=36$, ಇತ್ಯಾದಿ. ಆದರೆ ಈ ರೀತಿಯ ಬಳಕೆಯನ್ನು ಹಲವು ಗಣಿತಜ್ಞರು ಆಕ್ಷೇಪಿಸಿದ್ದಾರೆ.

34. ಅಂಚೆ ಇಲಾಖೆಯ ಸಮಸ್ಯೆ

ಪೋಸ್ಟ್ ಆಫೀಸಿನಲ್ಲಿ ಈಗ ಇರುವ ದರ ಒಂದ ಕಾರ್ಡಿಗೆ 6ಪೈಸೆ ಒಂದು ಅಂತರ್ದೇಶೀಯ ಕಾಗದ (inland

etter ಕ್ಕೆ 10ಪೈಸೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಕವರಿಗೆ 15 ಪೈಸೆ. ಹೀಗಿರುವಲ್ಲಿ ಒಬ್ಬನು ಒಂದು ಪೋಸ್ಟಾಫೀಸಿಗೆ ಹೋಗಿ ಒಂದು ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟು ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದನು: "ನನ್ನ 1 ರೂಪಾಯಿಗೆ ಭರ್ತಿಮಾಡಿ ಕಾರ್ಡು, ಅಂತರ್ದೇಶೀಯ ಕಾಗದ ಮತ್ತು ಕವರುಗಳು—ಇವೆಲ್ಲವೂ ಒಟ್ಟು 10 ಪದಾರ್ಥಗಳು ಬರುವಂತೆ ಕೊಡಿ."

ಹೀಗೆ ಹೇಳಿದ ಮನುಷ್ಯನ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪೋಸ್ಟ ಮಾಸ್ಟರು ಕಷ್ಟಪಟ್ಟು ಬಿಡಿಸಿದರು. ರೂಪಾಯಿ ಕೊಟ್ಟವನಿಗೆ ಯಾವುಯಾವುದು ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಸಿಕ್ಕಿತು ತಿಳಿಸಿ.

35. ಹಂಚುವ ಲೆಕ್ಕ

ಗೋವಿಂದನಿಗಿಂತ ಶಾಮನಿಗೆ 6ಪೈಸೆ ಕಮ್ಮಿ ಬರುವಂತೆ 1 ರೂಪಾಯಿಯನ್ನು ಇಬ್ಬರಿಗೂ ಹಂಚಬಲ್ಲಿರಾ? ಯೋಚಿಸಿ ನೋಡಿ.

36. ಯಾವ ದೇವರು?

ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಇರುವ ಗಂಟೆಗಳಿಗಿಂತ 1 ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ದಿವಸಗಳಿದ್ದರೆ, "ರಾಮ" ಎನ್ನಿ; ಹಾಗಲ್ಲದಿದ್ದರೆ "ಕೃಷ್ಣ" ಎನ್ನಿ.

37. ಭಾರತೀಯರಿಗೆ ಆಗಿರುವ ಅನ್ಯಾಯ

ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದ ಬಲ್ಲ ಕಡೆಯಲ್ಲಿಯೂ 3,27,509, 2411, ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವುದು ರೂಢಿಯಲ್ಲಿದೆ. ಈ ರೀತಿ ಬರೆದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕೂಡುವ, ಕಳೆಯುವ, ಗುಣಿಸುವ ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಪ್ರೈಮರಿ ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೂ ಮಾಡುತ್ತಾರೆ. ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಒಂದು ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಚರಿತ್ರೆ ಅನೇಕರಿಗೆ ತಿಳಿದಿರಲಾರದು.

ಸುಮಾರು 1000 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದಿನ ಮಾತು. ಆ ಕಾಲವು ಭಾರತಕ್ಕೆ ಗಣಿತಕ್ಷೇತ್ರದಲ್ಲಿ ಸ್ವರ್ಣಯುಗ ಎನಿಸಿಕೊಂಡಿದೆ. ಅಷ್ಟು ಹೊತ್ತಿಗಾಗಲೇ ಮೇಧಾವಿಗಳಾದ ಆರ್ಯಭಟ್ಟ, ವರಾಹಮಿಹಿರ, ಬ್ರಹ್ಮಗುಪ್ತ, ಮಹಾವೀರ ಮುಂತಾದವರು ಗಣಿತಕ್ಕೆ ತಮ್ಮ ಕಾಣಿಕೆಗಳನ್ನು ಸಲ್ಲಿಸಿ ಕಣ್ಮರೆಯಾಗಿದ್ದರು. ಈ ಅಸಾಧಾರಣ ಪಂಡಿತರ ಪಂಕ್ತಿಗೆ ಸೇರಿದ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಖ್ಯಾತಿ ಪಡೆದ ಭಾಸ್ಕರಾಚಾರ್ಯರು (ಹಿಂದೆಯೇ ಹೇಳಿರುವಂತೆ ಇವರು ಹೆಸರಾಂತ 'ಲೀಲಾವತಿ' ಎಂಬ ಗ್ರಂಥವನ್ನು ರಚಿಸಿದವರು) ಕ್ರಿ. ಶ. 1114ರಲ್ಲಿ ಜನಿಸಿದರು.

ಮೇಲೆ ತಿಳಿಸಿದ ಗಣಿತಜ್ಞರು 1,2,3,4,5,6,7,8,9

ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂಭತ್ತು ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿ 'ಸೊನ್ನೆ' ಅಥವಾ 'ಶೂನ್ಯ' ಎಂಬ ಅಭಿಪ್ರಾಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅದಕ್ಕೂ '0' ಎಂಬ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟರು. ಇಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲದೆ ಕೇವಲ ಈ ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದಲೇ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ (ಅದು ಎಷ್ಟೇ ಭಾರಿಯಾಗಿರಲಿ!) ಬರೆಯುವ ಸೊಗಸಾದ ವಿಧಾನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದರು. ಸಂಕ್ಷೇಪವಾಗಿ ಹೇಳುವುದಾದರೆ ಈ ವಿಧಾನ ಹೀಗಿದೆ.

ಪ್ರತಿ ಅಂಕಕ್ಕೂ ಭಾರತದ ಪ್ರಾಚೀನ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಎರಡು ರೀತಿಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟರು. ಮೊದಲನೆಯದು ತನ್ನದೇ ಆದ ಒಂದು ಬೆಲೆ (absolute value); ಎರಡನೆಯದು ತನ್ನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಒಂದು ಬೆಲೆ (Positional Value). ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ ಈಗ 55 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು 5ಗಳಿವೆ —ಓದುತ್ತಿರುವವರ ಬಲಗಡೆ ಒಂದು 5 ಮತ್ತು ಎಡಗಡೆ ಒಂದು 5. ಎರಡು 5ಗಳಿಗೂ ತಮ್ಮದೇ ಆದ ಬೆಲೆಗಳು (absolute values) ಏಕ ರೀತಿಯಾಗಿವೆ ; ಆದರೆ ಸ್ಥಾನಭೇದದಿಂದ ಎಡಗಡೆಯ 5ರ ಬೆಲೆ (Positional value) ಬಲಗಡೆಯ 5ರ ಬೆಲೆಯ 10ರಷ್ಟಿದೆ (ಹೇಗೆಂದರೆ $55=50+5=10\times5+5$). ಈ ರೀತಿಯ "ಸ್ಥಾನಾನುಗುಣ ಬೆಲೆ" ಎಂಬ ಒಂದು ಘನವಾದ ಅಭಿ

ಪ್ರಾಮುಖ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದುದರಿಂದಲೇ ಎಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನಾದರೂ 1,2,3, ...,9,0 ಎಂಬ ಹತ್ತು ಚಿಹ್ನೆಗಳಿಂದಲೇ ಸೂಚಿಸಲವಕಾಶವಾಯಿತು.

0 (ಸೊನ್ನೆ) ಎಂಬುದರ ಮಹತ್ತ್ವರ ಸ್ಥಾನ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಏನು ಎಂಬುದನ್ನು ಈ ಸಣ್ಣ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ವಿವರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಭಾರತೀಯರು ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಮೇಲಿನ ಪದ್ಧತಿಗೆ 'ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿ' ಎಂದು ಹೆಸರು. ಈ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದ ಮೇಲೆ ಕೂಡುವ ಕಳೆಯುವ- ಗುಣಿಸುವ ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕ ಗಳು ಅತ್ಯಂತ ಸರಳವಾಗಿಬಿಟ್ಟುವು.

ಸಾವಿರ ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಯು ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಆಚರಣೆಯಲ್ಲಿದ್ದ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಭಾರತದ ಹೊರ ಗಡೆ ಅರೇಬಿಯಾ, ಯೂರೋಪ್ ದೇಶಗಳು, ಮುಂತಾದ ಕಡೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದರು? ಅದರ ಲ್ಲಿದ ಪದ್ಧತಿಗೆ 'ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿ' ಎಂದು ಹೆಸರು. ಇದರ ಪ್ರಕಾರ ಅವರು I,II,III,IV,V,VI.... ಇತ್ಯಾದಿಯಾಗಿ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದರು. ಈ ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿ' ಯಲ್ಲಿದ್ದ ತೊಂದರೆಯೆಂದರೆ ಭಾರಿ ಭಾರಿ

ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಹೊಸ ಹೊಸ ಚಿಹ್ನೆಗಳ ಅಗತ್ಯ. ಎರಡನೆಯ ತೊಂದರೆ ಎಂದರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ತೊಡಕು. ಕೆಲವು ಮಾದರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ:

ಭಾರತೀಯರ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿ	ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿ
9	IX
17	XVII
25	XXV
59	LIX
116	CXVI
1120	MCXX
1914	MCMXIV

ಇತ್ಯಾದಿ.

ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಎರಡು ತೊಂದರೆಗಳಲ್ಲದೆ ಮೂರನೆಯ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಭಾರಿ ತೊಂದರೆ ಎಂದರೆ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡಲು ಅಡ್ಡಿಯಾಗಿರುವುದು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ: 1914 ಮತ್ತು 1120 ಎಂಬ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯೋಣ.

M C M X I V
M C X X

ಇವೆರಡನ್ನೂ ಕೂಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಅಥವಾ ಸುಲಭವೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಕಳೆಯುವುದಕ್ಕಾಗುತ್ತದೆಯೇ ? ಗುಣಾಕಾರ ಮತ್ತು ಭಾಗಾಕಾರಗಳಂತೂ ದೇವರಿಗೇ ಪ್ರೀತಿ !

ಈ ಕಾರಣದಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯನ್ನು ಗಣಿತ ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೆ ಕಾಣಿಕೆಯಾಗಿ ಕೊಟ್ಟು ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿದ ಪ್ರಾಚೀನ ಭಾರತದ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಗೆ ನಾವು ಕೃತಜ್ಞತೆಯನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಲ್ಲಿಸಿದರೂ ಕಡಿಮೆಯೇ! ಕ್ರಿ.ಶ. 1100ರ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಭಾರತೀಯರ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಯು ವಿದೇಶಗಳಿಗೆ ಹರಡಿ ರೋಮನ್ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಗಣಿತ ಕ್ಷೇತ್ರದಿಂದ ಹೊರಮಾಡಿತು.

ಇಷ್ಟಾದರೂ ಭಾರತದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿ ಇತರ ದೇಶಗಳಿಂದ ಸ್ವೀಕರಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಈ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಗೆ ಅರಬ್ಬಿಯರ ಸಂಖ್ಯಾವಿಧಾನ (Arabic numerals) ಎಂಬ ಹೆಸರು ಬಂದುಬಿಟ್ಟಿದೆ. ಭಾರತೀಯರ ಸಂಖ್ಯಾವಿಧಾನ ಎಂಬುದೇ ಉಚಿತವಾದ ಮತ್ತು ಸರಿಯಾದ ಹೆಸರು. ಆದರೆ ಈ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಭಾರತದಿಂದ ಯೂರೋಪಿಗೆ ಒಯ್ದವರು ಅರಬ್ಬರಾದ ಕಾರಣ, ಮೂಲಕರ್ತೃಗಳನ್ನೇ ಮರೆತು ದೂತ ರಿಗೆ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆ ದೊರೆತುದು ಭಾರತೀಯರಾದ ನಮ್ಮೆಲ್ಲರ ದುರ್ದೈವ. ಈಚಿನ ಸಂಶೋಧನೆಗಳಿಂದ ನಿಜ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಏನು ಎನ್ನುವುದು ಪ್ರಪಂಚಕ್ಕೆ ತಿಳಿದುಬಂದಿದೆ.

Chamber's Twentieth Century Dictionary ಪ್ರಕಾರ Arab ಎನ್ನುವ ಪದದ ಕೆಳಗಡೆ ಹೀಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ :

Arabic numerals : the numerals in ordinary use in arithmetic, transmitted from India to Europe by the Arabs.

ಇಷ್ಟಾದರೂ ದಾಶಮಿಕ ಪದ್ಧತಿಯ ನಾಮಕರಣ ಭಾರತವನ್ನು ಬಿಟ್ಟು, ತಪ್ಪಾಗಿ ಅರೇಬಿಯಾ ದೇಶದ ಕಡೆ ವಾಲಿದೆ.

38. ಪ್ರಚಂಡ ಬುದ್ಧಿಯ ಮಕ್ಕಳು

ಸಾಧಾರಣವಾಗಿ ಯಾವ ಯಾವ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳು ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಕಠಿಣದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಲ್ಲರೆಂಬುದು ನಮಗೆ ಗೊತ್ತು. 3-4 ವರ್ಷದ ಮಗುವು 1,2,3,.... ಎಂಬುದಾಗಿ ಎಣಿಸುತ್ತದೆ. 7-8ನೆಯ ವರ್ಷದ ಮಕ್ಕಳು ಮಗ್ಗಿಗಳನ್ನು (20ನೆಯ ಮಗ್ಗಿಯವರೆಗೂ) ತಪ್ಪಿಲ್ಲದೆ ಹೇಳಬಹುದು; ಅಲ್ಲದೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕೂಡುವ, ಕಳೆಯುವ ಗುಣಿಸುವ ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸುವ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ಕಾಗದದ ಮೇಲೆ ಬರೆದು ಉತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. 10-12 ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನ ಹೊತ್ತಿಗೆ ಸುಲಭ ಭಿನ್ನರಾಶಿ, ದಶಮಾಂಶ

ಅಂಕಗಣಿತದ ಇತರ ರೀತಿಯ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಹೈಸ್ಕೂಲು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯು (12ರಿಂದ 16 ವಯಸ್ಸಿನವನು) ಕಷ್ಟಪಟ್ಟು ಪೇಪರಿನ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಮೂಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಕಾಲೇಜಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಕೂಡ ಗಣಿತದ ಇತರ ಕೆಲವು ಶಾಖೆಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದರೂ, ಅಂಕಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಬಂದಾಗ ಮಾಮೂಲಿನಂತೆಯೇ ಪೇಪರು ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಸಹಾಯದಿಂದ ನಿಧಾನವಾಗಿ ಬರೆದು ಉತ್ತರ (ಸರಿಯಾದ ಅಥವಾ ತಪ್ಪಾದ!) ಕೊಡುತ್ತಾನೆ.

ಆದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನೇ ಆಗಲಿ, ದೊಡ್ಡವರನ್ನೇ ಆಗಲಿ ಅಂಕಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ಹೆಚ್ಚಿನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಬರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹಾಕಿದರೆ, ಅವರು ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರ ಕೊಡಲಾರರು; ಪೇಪರು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಇಲ್ಲದೆ ಅನೇಕರಿಗೆ ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗಾಗಿ :

2349ಕ್ಕೆ 6837 ಸೇರಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ?

17289 ರಿಂದ 8971ನ್ನು ಕಳೆದರೆ ಎಷ್ಟು ಬರುತ್ತದೆ?

268 × 139 ಎಷ್ಟು ?

45037ನ್ನು 108 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸು ?

68ರ ವರ್ಗ (ಅಂದರೆ 68 × 68) ಎಷ್ಟು ?

35ರ ಘನ (ಅಂದರೆ 35 × 35 × 35) ಎಷ್ಟು?

13010449 ಇದರ ವರ್ಗಮೂಲವೆಷ್ಟು?

$2\frac{1}{2}$ ದಿವಸಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಿವೆ ?

$3\frac{1}{4}$ಗಜ ಸುತ್ತಳತೆಯುಳ್ಳ ಚಕ್ರವು 26 ಮೈಲಿ ದೂರ ಹೋಗುವುದರಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಬಾರಿ ಉರುಳುತ್ತದೆ.

ಇತ್ಯಾದಿ, ಇತ್ಯಾದಿ.

ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಓದುವುದೇ ಸಾಧಾರಣ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯುಳ್ಳ ನಮಗೆ ಒಂದು ದೊಡ್ಡ ಪ್ರಯಾಸ! ಅವುಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವುದಂತೂ ಬಲು ತಲೆನೋವಿನ ಪ್ರಶ್ನೆ ! ಎಷ್ಟು ಭಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು,ಎಷ್ಟು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಹಾಕಬೇಕು, ಎಷ್ಟು ಕಾಲ ಕುಳಿತು ಯೋಚಿಸಬೇಕು ಮುಂತಾದ ಅಡ್ಡಿ ಆತಂಕಗಳಿರುತ್ತದೆ.

ಇಷ್ಟಾದರೂ ಅದೇನು ಪ್ರಕೃತಿ ವೈಚಿತ್ರ್ಯವೋ, ಮೇಲೆ ಹೇಳಿದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಅಲ್ಲ. ಅವುಗಳಿಗೆ ಹತ್ತರಷ್ಟು ನೂರರಷ್ಟು ಕಠಿಣವಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನೂ ಕೂಡ, ಲೆಕ್ಕಗಳನ್ನು ಹೇಳುವುದೇ ತಡ, ಕ್ಷಣ ಮಾತ್ರದಲ್ಲಿ (ಪೇಪರು ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲಿನ ಸಹಾಯವೂ ಇಲ್ಲದೆ) ಕರಾಮುವಾಕ್ಕಾಗಿ ಉತ್ತರಕೊಡಬಲ್ಲ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನ ಬಾಲಕ ಬಾಲಕಿಯರು ಪ್ರಪಂಚದ ನಾನಾ ಭಾಗಗಳಲ್ಲಿ ನಾನಾ ಕಾಲಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಈ ಅದ್ಭುತ ಶಕ್ತಿಯ ಬಾಲಕ ಬಾಲಕಿಯರಿಗೆ ಯಾವ ರೀತಿಯ ತರಬೇತಿಯೂ ಆಗಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ

ವರನ್ನು ಇಂಗ್ಲಿಷಿನಲ್ಲಿ ಪ್ರಾಡಿಜಿ (Prodigy) ಎಂಬು ದಾಗಿ ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರಕೃತಿ ನಿಯಮಕ್ಕೆ ವಿರೋಧ ವಾಗಿ ಅಸಾಧಾರಣ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯನ್ನುಳ್ಳವರಿಗೆ ಪ್ರಾಡಿಜಿ ಎಂದು ಹೆಸರು.

ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಚಂಡ ಬುದ್ಧಿಶಾಲಿಗಳ ಪೈಕಿ (ಅಂಕಹ ವರು ನೂರಾರು ಜನರಿದ್ದಾರೆ) ಮೂವರ ಪರಿಚಯವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಈಗ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಜೇರಾ ಕಾಲ್‌ಬರ್ನ್ (Zerah Colburn, 1804-1840): ಈತನು ಅಮೆರಿಕದ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಸ್ಥಾನದ ಕ್ಯಾಬಟ್ ಎಂಬ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ 1-9-1904ರಲ್ಲಿ ಜನಿಸಿದನು. ಈತನ ತಂದೆ ಒಬ್ಬ ರೈತ. ಆರು ವರ್ಷ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಕಾಲ್ ಬರ್ನಿನ ಅಸಾಧಾರಣ ಬುದ್ಧಿ ಶಕ್ತಿ ಇತರರಿಗೆ ಗೋಚರವಾಯಿತು. 1811ರಲ್ಲಿ ಪೋರ್ಟ್ಸ್ ಮೌತ್ (Portsmouth) ನಲ್ಲಿ ಇವನ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯ ಪರೀಕ್ಷೆ ನಡೆಯಿತು. "65 ಮೈಲಿಗಳ ದೂರವನ್ನು ನಾನು ಪ್ರತಿ ಹೆಜ್ಜೆಗೂ 3 ಅಡಿಗಳಂತೆ ಇಡುತ್ತಾ ನಡೆದರೆ, ಎಷ್ಟು ಹೆಜ್ಜೆಗಳಾಗುವುವು ?" ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಕಾಲ್‌ಬರ್ನನು ಹತ್ತು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ 114,400 ಎಂಬುದಾಗಿ ಸರಿಯುತ್ತರ ಕೊಟ್ಟನು. "ಹನ್ನೊಂದು ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಎಷ್ಟು ಸೆಕೆಂಡುಗಳು?" ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ 346,896,000 ಎಂಬು

ದಾಗಿ ನಾಲ್ಕು ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿಯೇ ತಿಳಿಸಿಬಿಟ್ಟನು. ಮುಂದೆ 1812ರಲ್ಲಿ ಇಂಗ್ಲೆಂಡಿಗೆ ಕಾಲ್‌ಬರ್ನನ ತಂದೆಯು ಮಗನನ್ನು ಕರೆದೊಯ್ದನು. ಅಲ್ಲಿ ಸಭೆಯೊಂದರಲ್ಲಿ 8ನ್ನು 16ನೆಯ ಘಾತಕ್ಕೇರಿಸಿದರೆ, ಎಂದರೆ $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$- - - - ಎಂಬುದಾಗಿ 8ನ್ನು 16 ಬಾರಿ ಬರೆದು ಗುಣಿಸಿದರೆ ಎಷ್ಟು ಬರುತ್ತದೆ ?" ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಕಾಲ್‌ಬರ್ನನು ಯಶಸ್ವಿಯಾಗಿ 281,474,976,710,656 ಎಂದುತ್ತರ ಕೊಟ್ಟನು. ಇದಾದ ಮೇಲೆ "106,929 ಎಂಬುದರ ವರ್ಗಮೂಲವೇನು?" ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಇನ್ನೂ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನೇ ಪೂರ್ತಿಯಾಗಿ ಹಾಕಿರಲಿಲ್ಲ, ಕಾಲ್‌ಬರ್ನನು 327 ಎಂದುಬಿಟ್ಟನು. ಹೀಗೆಯೇ 268,336,125ರ ಘನಮೂಲವನ್ನು ನಿರಾಯಾಸವಾಗಿ 645 ಎಂದು ತಿಳಿಸಿಬಿಟ್ಟನು.

ಆರ್ಮುಗಂ (ಹು. 1896) : ನೋಡಲು ಪೆದ್ದುಪೆದ್ದಾಗಿ ಕಾಣುತ್ತಿದ್ದ ಸಿಲೋನಿನ ನಿವಾಸಿ ಆರ್ಮುಗಂ ಪ್ರಚಂಡ ಬುದ್ಧಿಶಕ್ತಿಯ ಮಗು ಎಂಬುದು ಇವನ ಹನ್ನೆರಡನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಇತರರಿಗೆ ತಿಳಿಯಿತು. ತಮಿಳು ಭಾಷೆ ಮಾತ್ರ ಬರುತ್ತಿದ್ದ ಇವನನ್ನು ಹಲವಾರು ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಶ್ನಿಸಿ ಅವನಿಂದ ನಿಮಿಷ ಮಾತ್ರದಲ್ಲಿ ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾಗಿ ಉತ್ತರ ಬರುತ್ತಿದ್ದುದನ್ನು ನೋಡಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರು ಚಕಿತರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಆರ್ಮುಗಮ್ಮಗೆ ಹಾಕಿದ ಅನೇಕ

ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಪೈಕಿ ಕೆಲವನ್ನು ಇಲ್ಲಿ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ :

45.989 × 864,726 ಎಷ್ಟು ?

28,413ರ ಅಪವರ್ತನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸು.

69,343,957ರ ಐದನೆಯ ಮೂಲವೆಷ್ಟು ?

584 ಪೌಂಡುಗಳಿಗೆ ಶೇ. 5ರಂತೆ 42 ದಿನಗಳಿಗೆ ಬಡ್ಡಿ ಎಷ್ಟು ?

18 ಅ. 9 ಅಂ. ಉದ್ದ ಮತ್ತು 13 ಅ. 4 ಅಂ. ಅಗಲವಿರುವ ಕೊಠಡಿಯಲ್ಲಿ 1 ಘನ ಅಡಿಗೆ $62\frac{1}{2}$ ಪೌಂಡು ತೂಗುವ ನೀರು 2 ಅಂಗುಲಗಳಷ್ಟು ಎತ್ತರ ನಿಂತಿದ್ದರೆ, ಅಲ್ಲಿರುವ ನೀರಿನ ತೂಕವೆಷ್ಟು ?

ಶಕುಂತಲಾ (ಹು. 4-11-1936): ಮೈಸೂರು ರಾಜ್ಯದಲ್ಲಿ ಹುಟ್ಟಿದ ಈಕೆಯ ಅಸಮಾನ್ಯ ಸಂಖ್ಯಾಶಕ್ತಿ ಈಗ ಪ್ರಪಂಚದ ಎಲ್ಲೆಡೆಯಲ್ಲಿಯೂ ಹರಡಿದೆ. 5ನೆಯ ವಯಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೇ ಈಕೆಯ ಪ್ರತಿಭೆ ಜನರ ಅರಿವಿಗೆ ಬಂದಿತು. ನಮ್ಮಲ್ಲನೇಕರು ಪ್ರತ್ಯಕ್ಷವಾಗಿಯೇ ಆಕೆಯ ಅಸಾಧಾರಣ ಶಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡು ಆಶ್ಚರ್ಯಾನಂದಗಳನ್ನು ಅನುಭವಿಸಿದ್ದಾರೆ. 1950ರಲ್ಲಿ ಈಕೆಯು ಅಮೆರಿಕಕ್ಕೆ ಹೋದಾಗ ಅಲ್ಲಿ ಟೆಲಿವಿಷನ್ನಿನಲ್ಲಿ ಈಕೆಯ ಶಕ್ತಿಪ್ರದರ್ಶನ ಏರ್ಪಾಡಾಗಿತ್ತು. ಯಾವ ತಾರೀಕನ್ನೇ ಆಗಲಿ ತಿಳಿಸಿದ ತಕ್ಷಣ ಆ ದಿನ ಯಾವ ವಾರ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿಸುವುದು,

ಉದ್ದವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಾಕಾರ, ವರ್ಗಮೂಲ, ಘನ ಮೂಲ ಇತ್ಯಾದಿ ಏಳನೆಯ ಮೂಲದವರೆಗೂ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವುದು. ಭಾರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮುಂತಾದ ಲೆಕ್ಕಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಲವೂ ತಪ್ಪದೆ ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾಗಿ ಶಕುಂತಲಾ ಉತ್ತರ ಕೊಡುವುದು ಜನ ರನ್ನು ದಿಗ್ಭ್ರಾಂತರನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಿವೆ.

ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಈ ರೀತಿಯ ಪ್ರಚಂಡ ಶಕ್ತಿಯುಳ್ಳವರು ಮನಶ್ಶಾಸ್ತ್ರಜ್ಞರಿಗೆ ಭಾರಿ ಸವಾಲು ! ಹುಟ್ಟುವಾಗಲೇ ಜೊತೆಯಲ್ಲೇ ಬರುವ ಈ ರೀತಿಯ ಶಕ್ತಿಯ ರೀತಿನೀತಿಗೆ ತೃಪ್ತಿಕರವಾದ ವಿವರಣೆ ಇನ್ನೂ ಸಿಕ್ಕಿಲ್ಲ. ಅಲ್ಪರಾದ ನಾವು ಇಂತಹ ಶಕ್ತಿಪ್ರದರ್ಶನವನ್ನು ಕಂಡಾಗ "ಎಂತಹ ದೈವಲೀಲೆ ! ಪ್ರಕೃತಿ ನಿಯಮ ಏನೆಂಬುದು ನಮಗೆ ತಿಳಿ ಯುವುದೇ ಇಲ್ಲವಲ್ಲಾ ! ..." ಮುಂತಾಗಿ ಆಡಿಕೊಂಡು (ಕೊಂಚ ಕಾಲವಾದರೂ) ವಿನೀತರಾಗುತ್ತೇವೆ.

39. 12345679 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆ

ಎಂಟು ಅಂಕಗಳಿಂದಾಗಿರುವ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ 1,2,3 – – – – –,9 ಎಂಬ (8ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು) ಅಂಕಗಳು ಕ್ರಮ ವಾಗಿ ಬಂದಿವೆ.

(i) ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 2ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ ಗುಣ

ಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ 7ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಅಂಕಗಳೂ, 7ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 2ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಅಂಕಗಳೂ ಇರುತ್ತವೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ :

$$12345679 \times 2 = 24691358;$$

ಮತ್ತು $$12345679 \times 7 = 86419753.$$

(ii) ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 4ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 5ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದಂಕಗಳೂ, 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 4ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದಂಕಗಳೂ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ :

$$12345679 \times 4 = 49382716;$$

ಮತ್ತು $$12345679 \times 5 = 61728395.$$

(iii) ಹೀಗೆಯೇ ಮೇಲಿನ ಅಂಕಿಯನ್ನು 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 1ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಅಂಕಗಳೂ, 1ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ 8ನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದೆಲ್ಲ ಅಂಕಗಳೂ ಗುಣಲಬ್ಧದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತವೆ. ಹೇಗೆಂದರೆ :

$$12345679 \times 8 = 98765432;$$

ಮತ್ತು $$12345679 \times 1 = 12345679.$$

ಉತ್ತರಗಳು

(*a*) (i)

3 2 5 0
8 4 6 0
1 1 7 1 0

(ii)

4 3 2
2 5 6
6 3
7 5 1

(*b*) (i)

4 1 0 5
4 2 1
3 6 8 4

(ii)

1 8 2 0 2
8 4 0 7
9 7 9 5

(*c*) 65×27 (*d*) 47)8203(

4. *a*) 75. *b*) 18. *c*) 909. *d*) 816.

5. (i) ಕುದುರೆಗಳು x ಇರಲಿ;

ಮತ್ತು ಮನುಷ್ಯರು y ಇರಲಿ.

ಈಗ $x+y=22$;

ಮತ್ತು $4x+2y=62$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದರೆ $x=9$ ಮತ್ತು $y=13$; ಆದ ಕಾರಣ ಬೇಕಾದ ಮನುಷ್ಯರ ಸಂಖ್ಯೆ$=13$.

(ii) ಪ್ರಶ್ನೆ ಮೋಸದ ಪ್ರಶ್ನೆ; ಏಕೆಂದರೆ ಕ್ರಿಸ್ತನಿಗೆ 500 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಇದ್ದವರು ಮುಂದೆ ಕ್ರಿಸ್ತನನ್ನು ನಿರೀಕ್ಷಿಸಿ "ಕ್ರಿ. ಪೂ. 500" ಎಂಬುದಾಗಿ ನಾಣ್ಯದ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ? ಅದು ಮೋಸದ ನಾಣ್ಯ!

(iii) ಹೊರಟಿದ್ದವರು ಮೂವರೇ—ತಂದೆ, ಮಗ, ಮೊಮ್ಮಗ (ಇಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ತಂದೆ, ಇಬ್ಬರು ಮಕ್ಕಳಿದ್ದಾರೆಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ). ಮೂವರಲ್ಲಿ ಇಬ್ಬರು ಸತ್ತರೆ, ಉಳಿದವರಿಬ್ಬರೇ, ಎಂಬುದು ನಿರ್ವಿವಾದ.

6. *a*) $-1+2+3+4=8$
b) $1\times 2\times 3\times 4=24$
c) $1+2\times 3\times 4=25$
d) $(1\div 2)+3+4=7\frac{1}{2}$
e) $(1+2-3)\times 4=0$
f) $(-1\times 2+3)\div 4=\frac{1}{4}$

7. ಹೆಂಡತಿಯ ವ್ಯಥೆ ಅರ್ಥರಹಿತವಾದದ್ದು: ಹೆಂಡತಿಯು ಹಾಸ್ಯಮನೋಭಾವದವಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅವಳ ಮಾತು ಮೆಚ್ಚತಕ್ಕದ್ದು !

8.

(7) (2) (3) (10)

(4) (5) (6)

(8) (9)

(1)

9. (i) ನವ ಅಥವಾ ನೂನ (unit).
(ii) ಧನ (positive). (iii) ದರ (rate)
(iv) ಮೂಲ (root).
(v) ಪ್ರಮೇಯ (theorem).
(vi) ಸರಳ (straight).

10. 1) E,F. 2) I,K. 3) MN,PQ.
4) D,T. 5) EAX,FAZ.

11. i) $B=A\times 5+1$; 31; 20.
(ii) $B=A^3$; 64; 0.
(iii) $B(A-1)^2$; 49; 10.
(iv) ಅಂಕಿಗಳು ಅದಲು ಬದಲಾಗಿವೆ; 64; 95.

12. ರಾಮುನಲ್ಲಿ x ರೂ. ಮತ್ತು ಕೃಷ್ಣನಲ್ಲಿ y ರೂ. ಇರಲಿ.

ಆಗ $x+y=12$;

ಮತ್ತು $3(x-1)=(y+1)$.

ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದರೆ $x=4$, $y=8$; ಹೀಗಾಗಿ, ರಾಮುನಲ್ಲಿ 4 ರೂ , ಕೃಷ್ಣನಲ್ಲಿ 8 ರೂ. ಇದ್ದುವು.

14. (*a*) 35. (*b*) 8. (*c*) 40. (*d*) $\frac{5}{6}$. (*e*) 43 (ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು) (*f*) 22222 (*g*) $6\frac{1}{32}$.

15. (*a*) 1,7. (*b*) 8. (*c*) 2, 8, 6. (*d*) 8, 1, 4, 7. (*e*) 6. (*f*) ಯಾವುದೂ ಇಲ್ಲ. (*g*) 3.

(*h*) ವೃತ್ತ, ಆಯ, ಪಂಚಭುಜ. (*i*) ವೃತ್ತ. (*j*) 1,7.
(*k*) ತ್ರಿಕೋನ. (*l*) ಮೂರು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಡೆ ಇವೆ.

17. (i) "ಕಸ" ಅಲ್ಲ, "ಬೆಸ".
(ii) "ಕಂಚು" ಅಲ್ಲ, "ಇಂಚು".
(iii) "ಅಂಗಿ" ಅಲ್ಲ, "ಅಂಕಿ".
(iv) "ಕುಣಿತ" ಅಲ್ಲ, "ಗಣಿತ".
(v) "ಕಡ್ಡಿ" ಅಲ್ಲ, "ಬಡ್ಡಿ".

16.

2	0	4		1
2		9	9	9
2	3		9	4
2	1	6		7
	0		1	0

19 (*a*) 17. (*b*) 80. (*c*) 9. (*d*) 40

(*e*) 3960. (*f*) 1 ದಿನ. (*g*) 64. (*h*) 8.

20. (i) (*a*) 5. (*b*) 10—45. (*c*) 6. (*d*) 12—10. (*e*) 5—48.

(ii) 180. (iii) 12ರಷ್ಟು.

(iv) ಎಷ್ಟು ಗಂಟೆಯನ್ನೂ ತೋರಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ದೊಡ್ಡ ಮುಳ್ಳು 6ರಲ್ಲಿರುವಾಗ ಚಿಕ್ಕ ಮುಳ್ಳು ಸರಿಯಾಗಿ 12ರ ಮೇಲೆ ಇರಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

(vi) *a*) 9-45, 6-30.

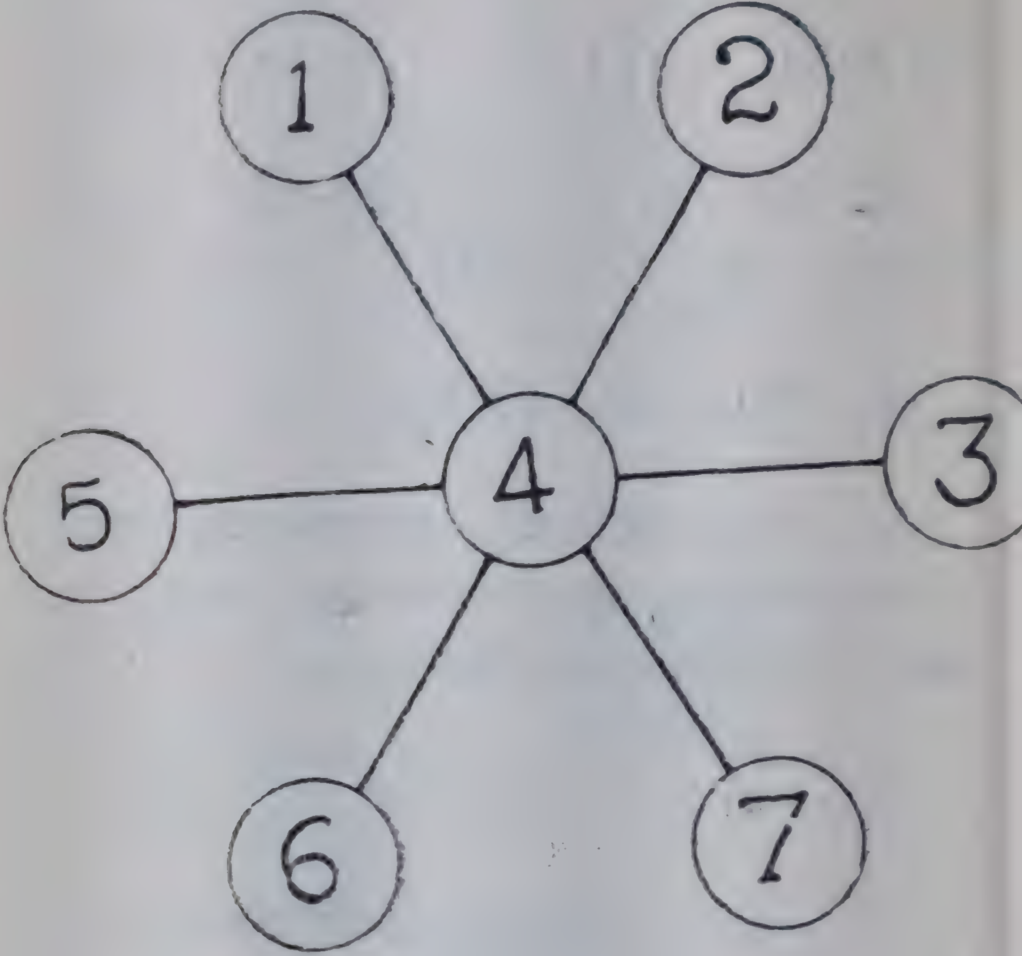
b) 3 ಗಂಟೆ $16\frac{1}{11}$ ನಿಮಿಷ ಆದಾಗ.

c) 21 ಸೆಕೆಂಡುಗಳು.

d) 12-55.

e) ಅದರ ಮುಂದಿನ ಭಾನುವಾರ 12 ಗಂಟೆಗೆ.

22.



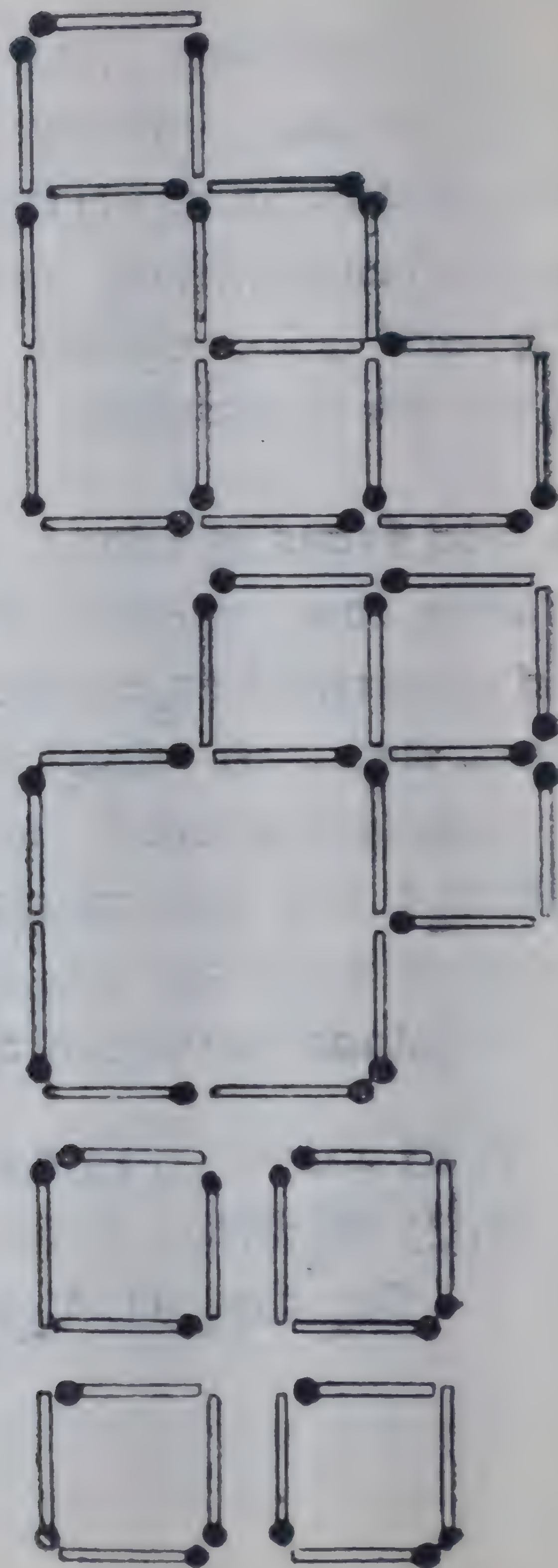
23. (i) ಮತ್ತು (ii): ಇವೆರಡರಲ್ಲೂ ತರ್ಕವು ಮುರಿದು ಬಿದ್ದ ಭಾಗ ಹೀಗಿದೆ. ಈಗ $0 \times 3 = 0 \times 2$ ಎಂಬುದು ಸರಿ, ಏಕೆಂದರೆ ಎರಡು ಭಾಗದ ಬೆಲೆಗಳೂ ಸೊನ್ನೆ. ಆದರೆ ಈ $0 \times 3 = 0 \times 2$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ 0ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ $3 = 2$ ಎಂದಾಗುವುದಿಲ್ಲ-ಇದು ಸರಿಯೇ ? ಖಂಡಿತ ಇಲ್ಲ. ಆದ

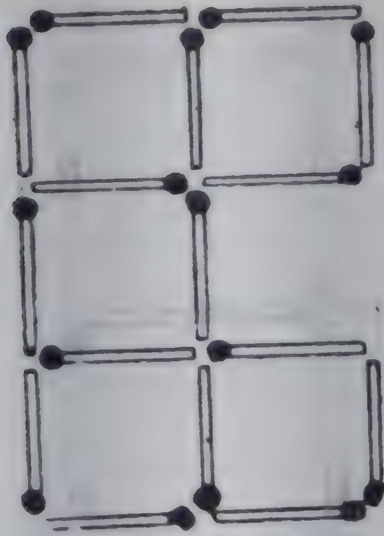
ಕಾರಣ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡು ಕಡೆಯನ್ನೂ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಲು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಅವಕಾಶವಿಲ್ಲ. ನೀವು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪೈಕಿ (i)ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದೋ ಹಂತದಲ್ಲಿ (x–y)ನಿಂದಲೂ, (ii)ರಲ್ಲಿ (y–x)ನಿಂದಲೂ ಭಾಗಿಸಿದೆವು: ಆದರೆ x = y ಆದ್ದರಿಂದ ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಂತಾಗಿ ತರ್ಕಲೋಪವಾಯಿತು.

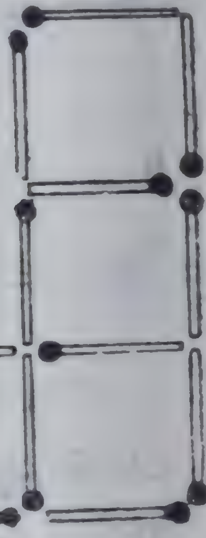
(iii) ಪುಟದ ಕೆಳಭಾಗದಲ್ಲಿ ಬರೆದಿರುವ ಟಿಪ್ಪಣಿ ಸರಿ: ಆದರೆ ಈ ತರ್ಕವು ಎರಡು ಅನಂತವಾದ ಅಥವಾ ಅಸಂಖ್ಯಾತವಾದ ಪರಿಮಾಣಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಚಿಕ್ಕದಾಗಿರಲಿ. ದೊಡ್ಡದಾಗಿರಲಿ, ಅದರ ಮೇಲಿರುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನಂತ. ಹೀಗಾಗಿ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳಿದ್ದರೆ ಅವು ಅಸಮವಾಗಿದ್ದರೂ, ಒಂದರ ಮೇಲಣ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೇಲಣ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

24. 1) 45 ವರ್ಷ.) 15 ರೂಪಾಯಿ
3) 25 ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳು. 4) 5 ಪುಸ್ತಕಗಳು,
1 ಪೆನ್ನು ಮತ್ತು 94 ಪೆನ್ಸಿಲ್ಲುಗಳು.

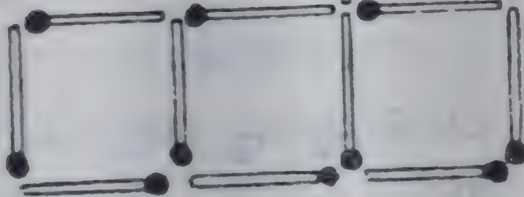
25. (iii)

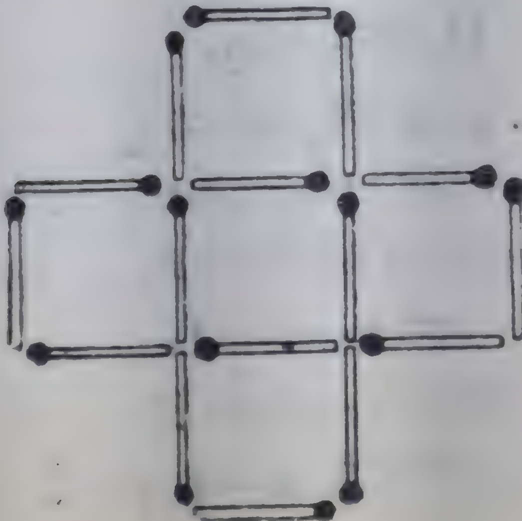


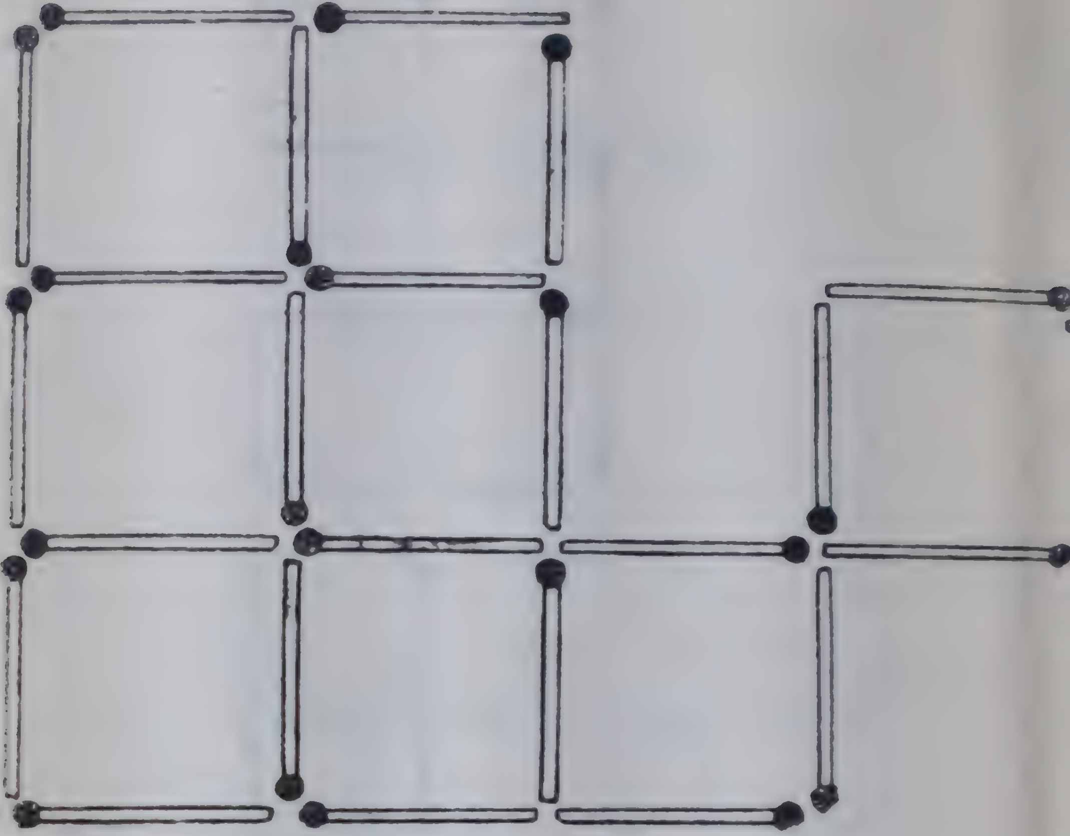




(vi)







30. A. 70. B. 4-10. C. $1\frac{1}{2}$.
D. ನಾಲ್ಕರಷ್ಟು (ಚಿತ್ರವನ್ನು ಎಳೆದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ) E. ಎರಡು. F. 50. G. 12.
H. ನಾಲ್ಕರಷ್ಟು,

31 *a*) 4 ಹಕ್ಕಿಗಳು ಮತ್ತು 3 ಗಿಡಗಳು. ಈ ಲೆಕ್ಕವನ್ನು ಗಣಿತ ರೀತ್ಯಾ ಬಿಡಿಸಲು ಬೇಕಾದ ಹಕ್ಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ x ಎಂದೂ, ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ y ಎಂದೂ ಭಾವಿಸಿ.

ಆಗ $x - y = 1$,

ಮತ್ತು $y - \frac{1}{2}x = 1$;

ಇವುಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿದರೆ, $x = 4$, $y = 3$.

b) ಅವರುಗಳ ವಯಸ್ಸು x, x+2, x+4, x+6, x+8 ಆಗಲಿ. ಒಟ್ಟು ಎಂದರೆ

$$5x+20=100 \text{ (ದತ್ತ)};$$
$$\therefore 5x=80;$$
$$\therefore x=16.$$

∴ ಬೇಕಾದ ವಯಸ್ಸುಗಳು: 16, 18, 20, 22, 24

(*c*) ಅವನು 30 ದಿನಗಳೂ ಸಂಪಾದಿಸಿದ್ದರೆ 120ರೂ. ಬರಬೇಕಾಗಿತ್ತು. ಆದರೆ 1 ರೂ. ಮಾತ್ರ ಬಂದಿರುವುದರಿಂದ 119 ರೂ. ಕಡಮೆಯಾಯಿತು. ಅವನು 1 ದಿನ ತಪ್ಪಿಸಿಕೊಂಡರೆ ಅವನಿಗಾಗುವ ಒಟ್ಟು ನಷ್ಟ 4+3=7 ರೂ.; ಹೀಗಾಗಿ 7ರೂ. ಕಡಮೆಯಾಗಲು 1 ದಿನ ಗೈರು ಹಾಜರಿ ∴ 119ರೂ. ಕಡಮೆಯಾಗಲು ಅವನು ಗೈರು ಹಾಜರಿಯಾದ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ=119÷7=17 ದಿವಸಗಳು. ಹೀಗಾಗಿ ದುಡಿಮೆಯ ದಿವಸಗಳು 13.

34. 5 ಕಾರ್ಡು, 1 ಇನ್‌ಲೆಂಡ್ ಕವರು ಮತ್ತು 4 ಕವರುಗಳು.

35. ಗೋವಿಂದನಿಗೆ 47 ಪೈಸೆ ಮತ್ತು ರಾಮುನಿಗೆ 53 ಪೈಸೆ.

36. “ರಾಮು” ಎನ್ನಬೇಕು.

ಗ್ರಂಥಸೂಚಿ

೧. **ಸಂಖ್ಯೋದ್ಯಾನ:** ಶ್ರೀ ಬಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿ

೨. **ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಸ್ವರೂಪ:**
— ಡಾ॥ ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್

೩. **ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದ ಚರಿತ್ರೆ:**
— ಡಾ॥ ಸಿ. ಎನ್. ಶ್ರೀನಿವಾಸ ಅಯ್ಯಂಗಾರ್

೪. **ವಿನೋದ ಗಣಿತ:** ಶ್ರೀ ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ

೫. **ಲೀಲಾವತಿ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜಮ್**–ಶ್ರೀ ಬಿ. ಸೀತಾರಾಮಶಾಸ್ತ್ರಿ

[ಈ 5 ಪುಸ್ತಕಗಳೂ ಮೈಸೂರು ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಪ್ರಚಾರ ಪುಸ್ತಕಮಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟವಾಗಿವೆ.

೬. **ನೀವೆಷ್ಟು ಬುದ್ಧಿವಂತರು ?**
ಶ್ರೀ ವಿ. ಕೆ. ದೊರೆಸ್ವಾಮಿ
ಎಚ್. ವೆಂಕಟರಾಮಯ್ಯ ಅಂಡ್ ಸನ್ಸ್, ಮೈಸೂರು

೭. **ಲೀಲಾವತಿ:** ಡಾ॥ ಕೆ. ಎಸ್. ನಾಗರಾಜನ್
–ಮೈಸೂರು ಸರಕಾರಿ ಬುಕ್ ಡಿಪೋ, ಬೆಂಗಳೂರು